

UNIVERZITA KARLOVA

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

**Použití videonahrávek ve vzdělávání budoucích
učitelů matematiky**

The Use of Videotaped Lessons
in Preservice Mathematics Teachers Education

Diplomová práce

Autor: Barbora Stachová

Vedoucí práce: Doc. RNDr. Nad'a Stehlíková, PhD.

Praha 2010

Abstrakt:

Tato diplomová práce se zabývá použitím videonahrávek ve vzdělávání budoucích učitelů matematiky. Cílem práce bylo a) na základě studia literatury zpracovat význam a způsob využití videonahrávek ve vzdělávání učitelů matematiky, b) vybrat videoukázky z hodin matematiky, které jsou využitelné v předmětu Didaktika matematiky pro budoucí učitele matematiky, a navrhnout jejich konkrétní využití (kontext, otázky pro studenty), c) vyzkoušet některé navržené aktivity s videoukázkami se studenty učitelství.

V teoretické části jsou sumarizovány některé výsledky videostudie TIMSS a podán přehled o způsobu využití videonahrávek hodin matematiky ve vzdělávání budoucích učitelů i učitelů z praxe. Jsou zmíněny výsledky některých výzkumů z této oblasti.

Jádro práce tvoří praktická část. Ve čtvrté kapitole je popsáno 12 videopřípadů, tedy videoukázek s navrženými úkoly pro studenty učitelství. V páté kapitole je uvedena výzkumná sonda, v níž byly použity dvě mnou navržené videoukázky a ověřen jejich výukový potenciál. V šesté kapitole je udělána analýza reakcí studentů na celou vyučovací hodinu a je zdůrazněna odlišnost v zaměření jejich pozornosti na určité jevy hodiny. V práci uvádím ukázky autentických reakcí studentů učitelství matematiky, které ilustrují konkrétní problematiku didaktických analýz videoukázek.

Abstract:

The thesis deals with the use of videorecordings in the education of mathematics teachers. Its goal is to a) make a review of literature focusing on the importance and ways of use of videorecordings in the education of mathematics teachers, b) choose video extracts from mathematics lessons which can be used in the course of mathematics education for future mathematics teachers and make proposals for their use (context, tasks for students), c) trial some of them with students, future mathematics teachers.

The theoretical part summarises some results of TIMSS Video Study and includes a review of possible uses of videorecordings of mathematics lessons in the education of pre-service and in-service teachers. Results of some research in this area are given.

The core of the thesis consists of the practical part. Chapter 4 includes detailed descriptions of 12 videocases, that is videorecordings with proposed tasks for students. Chapter 5 consists of an experiment with students in which two of my proposed videocases were used with prospective mathematics teachers. The teaching potential of the videocases is described. Chapter 6 analyses the students' reactions to one whole mathematics lesson and their differing focus of attention is emphasised. Authentic reactions of prospective mathematics teachers are used to illustrate results of the experiments.

Prohlášení

Tuto práci jsem vypracovala samostatně, veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury. Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Karlova má právo uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Karlova oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně Univerzity Karlovy.

Praha, 11. června 2010

Barbora Stachová

Děkuji Doc. RNDr. Nadě Stehlíkové, PhD.
za odborné vedení diplomové práce
a za mnoho zajímavých podnětů, které mi
při práci velmi pomohly.

Děkuji také studentům učitelství
matematiky, bez jejichž ochoty by provedení
výzkumné sondy nebylo možné.

Obsah

1	Úvod	8
2	Projekt TIMSS a TIMSS Video Study	10
2.1	Procedurální versus podnětné typy úloh – analýza.....	11
2.2	Společné a rozdílné znaky výuky matematiky v osmých ročnících v sedmi zemích .	14
3	Video v roli podpůrného prostředku v oblasti didaktiky matematiky	17
3.1	Přednosti a omezení videonahrávek výuky.....	17
3.2	Význam videozáznamů pro učitele z praxe	19
3.3	Význam videozáznamů pro budoucí učitele	20
3.4	Různé podoby využití videonahrávek v přípravě budoucích učitelů.....	21
3.5	Umění provádět analýzu vyučování.....	22
4	Praktická část – videoukázky	24
4.1	Videoukázka č. 1 (kód hodiny MCZ001T).....	25
4.2	Videoukázka č. 2 (kód hodiny MCZ001T).....	28
4.3	Videoukázka č. 3 (kód hodiny MCZ003T).....	30
4.4	Videoukázka č. 4 (kód hodiny MCZ003T).....	32
4.5	Videoukázka č. 5 (kód hodiny MCZ003T).....	35
4.6	Videoukázka č. 6 (kód hodiny MCZ005T).....	37
4.7	Videoukázka č. 7 (kód hodiny MCZ005T).....	40
4.8	Videoukázka č. 8 (kód hodiny MCZ006T).....	42
4.9	Videoukázka č. 9 (kód hodiny MCZ006T).....	44
4.10	Videoukázka č. 10 (kód hodiny MCZ006T).....	47
4.11	Videoukázka č. 11 (kód hodiny MCZ007T).....	50
4.12	Videoukázka č. 12 (kód hodiny MCZ014T).....	52
5	Interpretace dvou ukázek u studentů učitelství.....	58
5.1	Videoukázka č. 2.....	58
5.1.1	Celkové hodnocení ukázky	58
5.1.2	Reakce studentů na konkrétní otázky k ukázce.....	59
5.1.3	Hodnocení otázek uvedených u ukázky	60
5.2	Videoukázka č. 7.....	61
5.2.1	Celkové hodnocení ukázky	61
5.2.2	Souvislost mezi otázkami k ukázce.....	63
5.2.3	Omezení videozáznamů	63
5.2.4	Upozorňování na problematická místa.....	64
5.2.5	Navrhování možností diagnostiky znalostí	65

5.3	Zhodnocení ukázek	65
6	Zaměření pozornosti studentů při sledování videonahrávky celé vyučovací hodiny	67
6.1	Čeho si student všímá na první pohled	67
6.1.1	Prvotní dojmy studentů	68
6.1.2	Zaostření pozornosti	69
6.2	Liší se názory na způsob výuky	69
6.3	Schopnost analýzy v závislosti na předešlých zkušenostech	70
7	Závěr	72
8	Použitá literatura	75

1 Úvod

Téma videonahrávek hodin matematiky a jejich didaktické využití mě zaujalo především díky absolvování hodin didaktiky matematiky na katedře matematiky a didaktiky matematiky na PedF UK v Praze. Jako budoucí učitelce se mi zdálo velmi zajímavé a přínosné se takto seznamovat s učitelským povoláním a problémy s ním spjatými. Proto mě začala zajímat otázka výběru vhodných videoukázek z hodin matematiky, které by se daly v didaktice matematiky využít.

Cílem mé diplomové práce je a) na základě studia literatury zpracovat význam a způsob využití videonahrávek ve vzdělávání učitelů matematiky, b) vybrat videoukázky z hodin matematiky, které jsou využitelné v předmětu Didaktika matematiky pro budoucí učitele matematiky, a navrhnout jejich konkrétní využití (kontext, otázky pro studenty), c) vyzkoušet některé navržené aktivity s videoukázkami se studenty učitelství.

V teoretické části práce, které jsou věnovány kapitoly 2 a 3, se zaměřuji nejprve na projekt TIMSS Video Study 1999, který přinesl řadu zajímavých a překvapujících informací o výuce matematiky v 7 zemích světa a v podstatě otevřel větší možnost využití videí v didaktice matematiky a v přípravě učitelů (stal se mimo jiné vhodným zdrojem videozáznamů z hodin matematiky). Dále na základě studia literatury shrnuji význam použití videonahrávek ve vzdělávání budoucích učitelů u nás i v zahraničí.

Z českých videozáznamů pořízených v rámci TIMSS Video Study 1999 jsem vycházela i při výběru videoukázek pro praktickou část práce, které jsou věnovány kapitoly 4, 5 a 6.

V kapitole 4 uvádím popis 12 mnou vybraných videoukázek hodin matematiky, které jsou podle mého názoru vhodné pro budoucí učitele matematiky. Každou z nich jsem opatřila didaktickým komentářem a návrhem na možné využití videoukázky v hodinách didaktiky matematiky, včetně několika úkolů pro posluchače.

V kapitole 5 a 6 jsou popsány dvě výzkumné sondy, které proběhly na PedF UK v Praze. V první z nich byly využity dvě mnou zpracované videoukázky a úkoly pro studenty, které studenti zpracovávali v podobě elektronického dotazníku. Reakce studentů jsem analyzovala z hlediska jejich zaměření pozornosti na určité jevy ve vyučování a z hlediska možného výukového přínosu mnou navržených videoukázek. V rámci druhé výzkumné sondy sledovali studenti celou vyučovací hodinu a písemně odpovídali na několik otázek. Jejich odpovědi jsou analyzovány zejména z hlediska zaměření jejich pozornosti a odlišných názorů na

vyučování. V práci uvádím ukázky autentických reakcí studentů učitelství matematiky, které ilustrují konkrétní problematiku didaktických analýz videoukázek.

V závěru shrnuji výsledky své práce a navrhuji možná pokračování.

2 Projekt TIMSS a TIMSS Video Study

Nejprve se zaměřím na výzkum TIMSS¹, v jehož rámci byl v roce 1999 uskutečněn projekt TIMSS Video Study. Díky projektu TIMSS Video Study vzniklo velké množství videonahrávek hodin matematiky ze sedmi zemí celého světa. S českými videonahrávkami z této studie jsem pracovala ve své práci.

TIMSS je mezinárodní projekt, který se zabývá „měřením výsledků vzdělávání a zjišťováním úrovně znalostí a dovedností žáků v matematice a přírodních vědách“ (Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010). Výzkum se provádí ve čtyřletých cyklech, přičemž první se uskutečnil již v roce 1995 a jeho účastníkem byla i Česká republika.

V roce 1995 se uskutečnil hlavní sběr dat „Třetího mezinárodního výzkumu matematického a přírodovědného vzdělávání TIMSS“ (Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010), a to ve více než 40 zemích z celého světa. V rámci tohoto sběru byla provedena rozsáhlá analýza učebních osnov a nejpoužívanějších učebnic matematiky a přírodovědných předmětů, spolu s dotazníkovým šetřením mezi žáky, učiteli a řediteli škol ve všech zúčastněných zemích. Testovanými byly tři druhy tzv. „populace“ (Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010):

- žáci 3. a 4. ročníku základní školy
- žáci 7. a 8. ročníku základní školy
- žáci posledních ročníků všech typů středních škol.

Druhý cyklus výzkumu TIMSS se uskutečnil v roce 1999 a v jeho rámci vznikl projekt s názvem TIMSS Video Study 1999. Výzkumu TIMSS 1999 se zúčastnilo více než 40 zemí celého světa a jen v České republice se zapojilo 148 škol. Při projektu TIMSS Video Study 1999 byly pořízeny videonahrávky hodin matematiky v osmých ročnících základních škol a v příslušných ročnících osmiletých gymnázií v sedmi zemích světa, a to včetně České republiky². V každé zemi vzniklo okolo sta hodin videonahrávek, které byly později analyzovány odbornými pedagogy, psychology, matematiky a didaktiky. Tito odborníci dodržovali přesně stanovenou proceduru výzkumu (podrobněji viz Hiebert a kol., 2003).

¹ Trends in International Mathematics and Science Study (Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010)

² Celkem vzniklo 638 videozáznamů z hodin matematiky v osmých ročnících.

Poznámka: TIMSS videostudie z roku 1999 navazovala na videostudii z roku 1995, které se zúčastnily tři země: Německo, Japonsko a Spojené státy. V případě Japonska byly v roce 1999 znovu analyzovány již pořízené hodiny matematiky z roku 1995.

Výběr škol, ve kterých se videonahrávky uskutečnily, byl náhodný v každé ze sedmi zemí. Cílem bylo zmapovat všechny aktivity, které jsou při výuce v osmých ročnících používány k dosažení stanovených cílů, během celého roku a porovnat výuku a výukové techniky jednotlivých zemí.

Zatímco hlavním cílem původní TIMSS studie bylo zjišťování úrovně znalostí a dovedností žáků v osmých ročnících v oblasti matematiky a přírodních věd, cílem příslušné videostudie bylo odpovědět na otázku, do jaké míry se liší výukové metody a „školní prostředí účastnických zemí“ (Ústav pro informace ve vzdělávání, 2010). Bezpochyby můžeme tvrdit, že způsob výuky do značné míry ovlivňuje schopnost a chuť dětí něčemu se naučit. Proto bylo dalším cílem studie TIMSS vytvořit podněty pro diskuze týkající se výuky matematiky, a ty se po zveřejnění studie vskutku dostavily. Cílem tedy bylo především zkvalitnění výuky matematiky na základních školách, jelikož téměř všechny matematické dovednosti, které člověk využívá ve svém budoucím životě (a studiu), vznikají právě tam.

Videonahrávky hodin matematiky byly zkoumány z mnoha různých hledisek (podrobně viz Hiebert a kol., 2003). Podíváme se na dvě z nich, které by se daly využít jako základ analýzy dalších hodin matematiky např. v rámci přípravy budoucích učitelů.

2.1 Procedurální versus podnětné typy úloh – analýza

Týmy odborníků z projektu TIMSS Video Study 1999 analyzovaly natočené hodiny matematiky z různých hledisek. Jedním z těchto hledisek bylo sledování rozporu mezi charakterem úlohy a jejím skutečným použitím při výuce. Výsledky jsou citovány na základě výzkumné zprávy videostudie (Hiebert a kol., 2003).

Nejdříve se odborníci podívali na to, jaké procento tvoří ve výuce tzv. procedurální úlohy³, které spočívají v použití jasně stanovených pravidel výpočtů, dále pak podnětné úlohy⁴, které vyžadují od žáků aktivitu, samostatnou práci, úsudek a spojují několik oblastí

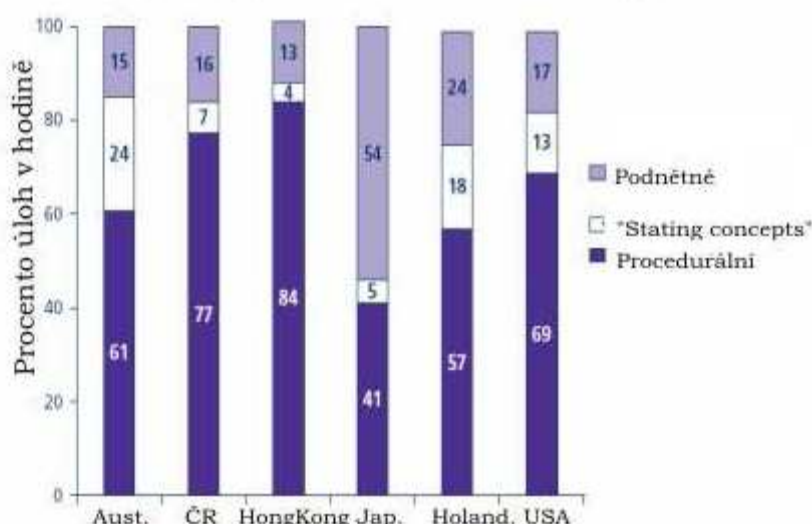
³ v angličtině *procedural tasks*

⁴ v angličtině *making connections tasks*, překlad N. Stehlíková

matematiky, a nakonec úlohy⁵ vyžadující od žáků nějaký určitý pojem (např. „nakresli kružnici opsanou trojúhelníku ABC“).

Graf na obrázku 1 znázorňuje průměrné zastoupení zmíněných tří typů úloh v hodinách matematiky.

Průměrné zastoupení typů úloh v hodině matematiky, 1999



Obr. 1⁶

Česká republika vychází se svými 77 % procedurálních typů úloh jako jedna z těch zemí, které užívají tyto typy úloh během hodin matematiky nejvíce, a zařadila se hned za Hongkong s 84 %. Podnětných úloh, představujících pro žáky problém, který mají vyřešit, využívá Česká republika v hodinách matematiky z 16 %, což je bohužel stále dosti málo. A nakonec zbývá jen 7 % pro tzv. „stating concepts tasks“, které čeští učitelé zařazují do svých hodin matematiky velmi zřídka. Jako země s nejpodnětnější výukou vyšlo z výzkumu Japonsko, které ve svých hodinách matematiky využívá především úlohy podnětné, které tvoří 54 % všech typů úloh, dále pak procedurální úlohy tvořící 41 % všech úloh, a posledních 5 % ponechává úlohám typu „stating concepts tasks“.

Ukazuje se však, že je účelné oddělovat od sebe potenciál úlohy a její použití (např. Stehlíková, 2007). „Takové úlohy, které mají *potenciál* stát se podkladem pro vytvoření nebo upevnění nějakého matematického poznatku v mysli žáka, zde budeme nazývat *podnětné*,“ vysvětluje Stehlíková (2006). „Zda bude jejich potenciál využit úplně, částečně nebo vůbec, záleží do jisté míry na konkrétní třídě, ale zejména na učiteli,“ dodává.

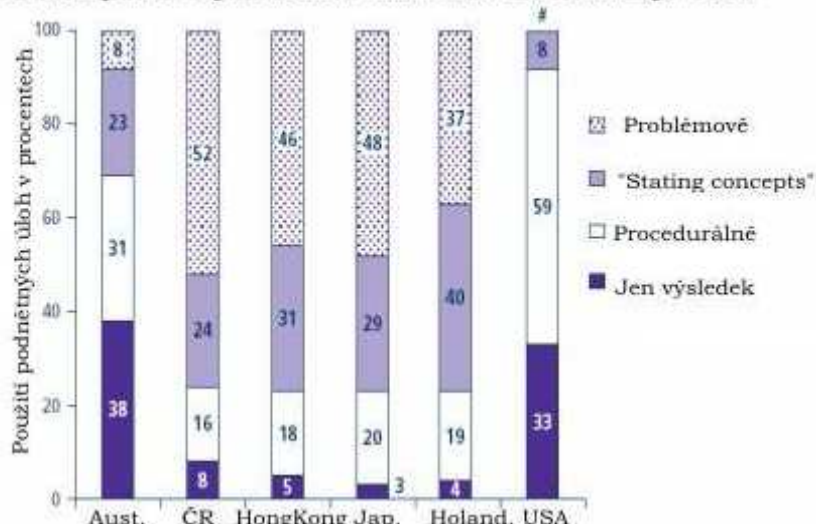
⁵ v angličtině *stating concepts tasks*

⁶ zdroj: Hiebert a kol., 2003, označení grafu bylo přeloženo do češtiny N. Stehlíkovou (2006)

Často se stává, že učitel sice použije v hodině potenciálně podnětnou úlohu, avšak uchopí ji nepodnětným způsobem. „Podnětnost úlohy nespočívá jen v její formulaci, ale zejména v jejím skutečném použití ve třídě,“ (Stehlíková, 2006). „I standardní, procedurální úloha typu rovnice $4x + 5 = 19$ může být použita problémově. Učitel může položit otázky typu „Co když rovnici napíšeme jako $19 = 4x + 5$, bude stejné řešení?“, „Můžeme dělit obě strany rovnice libovolným číslem?“, nebo dokonce začít diskusi o ekvivalentních úpravách rovnic. Naopak podnětná úloha může být použita procedurálně, když učitel např. dá dítěti řadu návodů, které ho vedou krůček po krůčku k výsledku; předčasně mu prozradí výsledek; upozorní ho na chybu, aniž by jej nechal nejdříve chybu samostatně odhalit; vede dítě k použití strategie, o níž se domnívá, že je nejvhodnější (zpravidla ta, která je nejrychlejší a nejekonomičtější), aniž by jej nechal rozvinout vlastní strategie, apod.“ (Stehlíková, 2006).

Podívejme se z toho hlediska na to, jak byly podnětné úlohy v hodinách matematiky skutečně použity (obr. 2).

Použití podnětných úloh v hodinách matematiky, 1999



Obr. 2⁷

Výsledky pro Českou republiku jsou tyto:

- 52 % podnětných úloh je použito skutečně podnětným způsobem (tj. problémově)⁸
- 24 % těchto úloh vyplyne pouze jako „stating concepts tasks“
- 16 % podnětných úloh je použito procedurálně
- 8 % těchto typů úloh je zaměřeno pouze na výsledek.

⁷ zdroj: Hiebert a kol., 2003, označení grafu bylo přeloženo do češtiny N. Stehlíkovou (2006)

⁸ N. Stehlíková změnila ve svých publikacích terminologii – místo slova problémově používá v novějších publikacích termín podnětné.

Z těchto výsledků vyplývá, že pouze polovina podnětných úloh, které čeští učitelé zařazují do výuky matematiky, je použita podnětným způsobem, tedy tak, aby se žáci sami podíleli na tvorbě matematiky a jejích souvislostí. Řada zemí je však na tom mnohem hůře, viz např. USA.

Co se týká použití procedurálních úloh v hodinách matematiky, vychází Česká republika s těmito výsledky:

- 46 % procedurálních úloh je prezentováno procedurálním způsobem
- 34 % těchto úloh je zaměřeno pouze na výsledek
- 15 % úloh je bráno spíše jako ‚stating concepts‘
- a posledních 5 % procedurálních úloh je prezentováno dokonce podnětným způsobem.

Můžeme si tedy povšimnout, že přibližně z poloviny jsou úlohy v českých školách používány tak, že není využit jejich plný potenciál. Podnětné úlohy jsou mnohdy použity pouze procedurálně, ovšem naopak z procedurálních úloh, které vyžadují mnohdy jen aplikaci určitého algoritmu k získání výsledku, učitelé vhodnými otázkami vytvoří podnětné úlohy (viz výše). Ve větší míře se však učitelé u procedurálních úloh zaměřují pouze na výsledek.

2.2 Společné a rozdílné znaky výuky matematiky v osmých ročnících v sedmi zemích

V tomto odstavci se zaměřuji na další aspekt, který je možné zkoumat při sledování videonahrávek hodiny matematiky, a to společné a rozdílné znaky výuky matematiky v různých zemích. Jedná se opět o výsledky získané v rámci TIMSS Video Study 1999 a přejímám je z práce E. Ferrez a kol. (2004).

Z analýz studie vyplývá, že hodiny matematiky v jednotlivých zemích mají určité společné rysy. Například bylo zjištěno, že učitelé ve všech zúčastněných zemích obecně vedou výuku následujícím způsobem:

- určitou část hodiny věnují společné práci celé třídy
- zbytek hodiny pak samostatné skupinové či individuální práci
- první část hodiny je věnována opakování
- další část hodiny pak nové látce

Dále byly zjištěny tyto skutečnosti:

- ve všech sedmi zemích mluví učitel při výuce více než žáci
- ve více než v 90 % hodin jsou k výuce používány učebnice a různá cvičení na papírech, přičemž učitel hraje hlavní roli v řešení daných úloh a matematických problémů

Odborníci našli i určité rozdílnosti ve výuce matematiky v zúčastněných zemích, a to především v použití různých matematických problémů v hodinách matematiky a způsobu jejich interpretace (Ferrez a kol., 2004).

Celkové výsledky ukazují, že žádná zúčastněná země se zcela neodlišuje od všech ostatních, pokud se týká komplexního pohledu na výuku matematiky. Také bylo zjištěno, že se Japonsko odlišuje od všech ostatních zemí v 17 konkrétních analýzách (viz níže) v oblasti matematiky (což je 15 % všech provedených analýz), Nizozemsko se odlišuje od ostatních v 10 analýzách (tj. 9 % všech analýz), Česká republika, Hongkong a USA se odlišují od ostatních pouze v 1 – 3 % všech uskutečněných analýz a konečně Austrálie a Švýcarsko se neodlišují od žádné země v žádném z aspektů výuky.

Analýzy poukazující na rozdílnost mezi Japonskem a ostatními zeměmi se vztahují k problematice výběru různých matematických úloh (problémů) a výukových metod. Bylo například zjištěno, že:

- V Japonsku je v porovnání s jinými zeměmi věnováno více času:
 - úvodu do problematiky nové látky (60 %)
 - úlohám s vysokou obtížností⁹ (39 %)
 - úlohám, které mají mezi sebou nějakou matematickou souvislost (42 %)
 - souhrnným úlohám¹⁰ (27 %).
- Naopak méně času je v Japonsku v porovnání s ostatními zeměmi věnováno opakovacím úlohám¹¹ (40 %).
- V průměru stejné množství času je během vyučovací hodiny v Japonsku v porovnání s ostatními zeměmi věnováno nějaké obtížnější úloze (15 minut).

⁹ přesné znění ve francouzštině: „problèmes de complexité élevée“ (Ferrez a kol., 2004)

¹⁰ přesné znění ve francouzštině: „problèmes résumés“ (Ferrez a kol., 2004)

¹¹ přesné znění ve francouzštině: „problèmes qui sont de la répétition“ (Ferrez a kol., 2004)

Na základě těchto analýz byly zjištěny další rozdílnosti mezi zúčastněnými zeměmi. Např. Nizozemsko se liší ve své výuce od ostatních zemí, a to především strukturou výuky a výukovými metodami, které jsou při ní používány. Na základě výzkumů bylo zjištěno, že:

- Nizozemské školy věnují v porovnání s ostatními zeměmi méně času:
 - vyučovacím hodinám, jejichž hlavním cílem je výklad (21 %)
 - množství úloh řešených během výuky, při nichž je používán pouze jazyk matematiky a matematických symbolů (40 %).
- Naopak více času se v nizozemských školách věnuje hodinám, při nichž žáci využívají kalkulačky (91 %).
- V průměru stejné množství času je během vyučovací hodiny v Nizozemsku v porovnání s ostatními zeměmi věnováno domácím úkolům, které jsou rozpracovány již během výuky (10 minut).

Díky výzkumu TIMSS mohly být analyzovány různé aspekty výuky matematiky ve více zemích světa a vznikla řada podkladů pro práci v oblasti didaktiky matematiky. To je bezpochyby velkým přínosem pro přípravu budoucích učitelů matematiky. Při studiu těchto analýz vyvstává mnoho otázek a problémů týkajících se výuky, které bychom jako budoucí učitelé měli řešit.

3 Video v roli podpůrného prostředku v oblasti didaktiky matematiky

V posledních letech se ve vzdělávání učitelů objevil nový prvek – videozáznam výuky. Jak uvádí Allen a Ryan (2010, citováno v Santagata, Zannoni, Stigler, 2007) již na konci šedesátých let dvacátého století byla např. na Strandfordské Univerzitě využita technika s názvem „mikrovýuka“¹² založená na použití videa v přípravě budoucích učitelů. Studenti učitelství v přípravných kurzech sledovali modelové situace zprostředkované pomocí krátkých videoukázek, které ilustrovaly různé didaktické momenty. Poté si sami měli vyzkoušet provést modelové vyučování podobné tomu, které zhlédli ve videoukázce. Při tom byli natáčeni na video a jejich výstup pak analyzoval vedoucí jejich kurzu.

Použití videa v této oblasti může mít různé podoby. V této kapitole nastíním podstatu použití videa jako pomocného prostředku při přípravě budoucích učitelů matematiky na jejich povolání i v dalším vzdělávání učitelů.

3.1 Přednosti a omezení videonahrávek výuky

Videonahrávky školního vyučování mají mnoho kladů. Podívejme se na některé z nich.

- Na rozdíl od náslechu má videozáznam vyučovací hodiny tu výhodu, že ho může sledovat libovolný počet posluchačů. Ti se mohou vracet k jednotlivým částem videozáznamu a mohou hodnotit výuku z různých hledisek.
- V porovnání s popisem výuky nechává videozáznam z hodiny vlastní interpretaci na každém pozorovateli. Každý popis situace už představuje jistou interpretaci danou subjektivitou autora popisu (Spilková, 2007). „Pokud zaznamenáváme hodinu písemně, už tím, na co se zaměřujeme a co vynecháváme, provádíme určitou interpretaci“ (Stehlíková, 2007).
- Velkým kladem videozáznamů výuky je také to, že jde o jakousi transformaci teorie do praxe. Prostřednictvím videozáznamů z hodin matematiky můžeme být svědky toho, jak lze prakticky využít teoretické vědomosti. „Konkrétní ukázky

¹² Přesný termín v anglickém jazyce: „micro-teaching“ (Allen, 1966; Allen & Ryan, 1969)

z reálné výuky mohou překlenout propast, která většinou zeje mezi obecně formulovanými zásadami a jejich aplikací v praxi“ (Stehlíková, 2007).

- Velký význam má využití videonahrávek také v rozvoji schopnosti *reflexe* a *sebereflexe*¹³ (Mazáčová, 2005/2006; Tichá & Hošpesová, 2005).

Na druhou stranu ani videozáznam nemůže zachytit vyučovací hodinu v celé její komplexnosti a řadu věcí např. spojených s činností jednotlivých žáků v hodině divák z videa neuvidí. „V ideálním případě by bylo vhodné kombinovat následek s videozáznamem a mít k dispozici řadu dalších informací (učitelovu přípravu, záznam jeho reflexe, hodiny, charakteristiky jednotlivých žáků, kopie žákovských prací apod.)“ (Stehlíková, 2007).

Pokud se blíže zaměříme na způsob, jak vznikaly videonahrávky v rámci výzkumu TIMSS Video Study v roce 1999, vyvstává otázka, do jaké míry jsou videonahrávky autentické. Jak uvedl jeden student ve svých odpovědích při sledování jedné vyučovací hodiny v rámci výzkumné sondy, která se uskutečnila na začátku školního roku 2009/10 na PedF UK v Praze: „Žáci si zapisují, jsou až podezřele vzorní, učitel nemusel po celou hodinu nikoho napomínat. Je otázka, zda podobně vypadá i hodina bez přítomnosti kamer,“ reaguje Michal na atmosféru v hodině (viz odstavec 6.1.1). Vzhledem k tomu, že byli žáci i učitelé, kteří se zúčastnili videonahrávek v rámci výzkumu TIMSS Video Study 1999, během celé hodiny natáčení na kameru v přítomnosti kameramana, můžeme se domnívat, že tato okolnost do jisté míry mohla ovlivnit celkovou atmosféru při výuce, výklad i vystupování učitele, a stejně tak i chování a vystupování žáků. Je tedy pravděpodobné, že by výuka bez přítomnosti kamer mohla vypadat poněkud jinak, ať se jedná o jakýkoli aspekt výuky (např. reakce žáků i učitele by v tomto případě mohly být přirozenější atd.). Tento fakt bychom měli brát v úvahu při sledování videoukázek a jejich následných analýzách, popřípadě ve výzkumných sondách apod.

Konečně zmíním ještě možné zdroje videozáznamů. Kromě TIMSS Video Study 1999 existují ještě na internetu volně dostupné americké vyučovací hodiny, které však mají tu nevýhodu, že nemají české titulky a protože se nesmějí stahovat, nelze tyto titulky dodělat. V poslední době se objevil projekt virtuálních hospitací Výzkumného ústavu pedagogického v Praze, v rámci něhož jsou zatím k dispozici na internetu dvě hodiny matematiky. Lze předpokládat, že počet volně dostupných hodin se bude zvyšovat. Existuje také samozřejmě možnost, aby si učitel didaktiky matematiky pořizoval vlastní nahrávky a ty ve své výuce

¹³ více v odstavci 3.2

používal (samozřejmě za předpokladu, že bude mít souhlas od všech dotčených osob a případně rodičů).

Já ve své práci nabízím 12 zpracovaných videoukázek, které pocházejí z videozáznamů hodin matematiky z osmých ročníků několika českých základních škol pořízených v rámci TIMSS Video Study 1999 (viz kapitola 4).

3.2 Význam videozáznamů pro učitele z praxe

Podle Stehlíkové (2007) mohou analýzy videonahrávek hodin matematiky učitelům z praxe posloužit jako vhodný prostředek sebereflexe (pokud učitel sleduje svůj vlastní výstup) či reflexe (pokud jde například o skupinové sledování zprostředkované výuky). Reflexi můžeme provádět například na základě analýzy vlastního výstupu, a to individuálně či kolektivně. Každá analýza určitého videozáznamu přináší mnoho zajímavých nápadů a podnětů, které má učitel možnost zpracovat a využít ve své výuce. Dochází ke zdokonalování a prohlubování schopnosti sebereflexe, stejně tak jako k novým poznatkům v oblasti výuky a nových výukových metod.

Díky práci s videonahrávkami se učitel může stále zdokonalovat a inspirovat pro svou další práci. Seznamuje se s novými metodami, ale také s tím, jak se vyučuje například v jiných zemích. Je přínosné seznámit učitele s tím, jak se k výuce přistupuje například v Japonsku, kde byly videozáznamy z hodin matematiky pořízeny již v roce 1995 v rámci výzkumu TIMSS. Jak můžeme vidět na videozáznamech z japonských škol, učitel tam má sice vůdčí postavení, avšak působí přátelským dojmem a žáky vede k samostatnému uvažování a posléze vyvození nějakého konkrétního výsledku. Na videozáznamu jedné japonské hodiny pořízené v rámci TIMSS Video Study 1999 je zřejmé, že jsou žáci navyklí na spolupráci s učitelem, který zadá zajímavou úlohu a žákům nedá žádnou nápovědu. Děti jsou vedeny k přemýšlení a k samostatnému úsudku, nejsou kárány za chyby, spíše naopak. Český učitel se takto díky příkladu japonské hodiny matematiky zprostředkované pomocí videozáznamu může inspirovat pro svou další práci a jeho výuka tak dostává jiný rozměr.

V případě využití videa jako podpůrného prostředku pro sebezdokonalování, kdy učitel zhlédne svůj vlastní výstup a má provést následnou sebereflexi, však velmi záleží na tom, do jaké míry je nakloněn této moderní metodě. Z vlastní zkušenosti vím, že mnoho učitelů není ochotno provádět jakoukoli sebereflexi a měnit své zvyklosti ve výuce. Zejména pokud

se jedná o starší generace učitelů, kteří vyučovali mnoho ročníků žáků a studentů a nemají potřebu ve svém způsobu výuky cokoli měnit. Je zřejmé, že někteří učitelé také předem zamítají možnost analýzy vlastního výstupu z pochopitelných důvodů neschopnosti „dívat se sám na sebe“, avšak je třeba uvést, že každý pokus o sebehodnocení a sebereflexi bývá pro učitele velmi přínosný. Někdy si učitel uvědomí své vlastní chyby, až když je sám spatří.

Existují také různé kurzy založené na využití videí v přípravě učitelů, jako např. kurz MILE v Holandsku, projekt Learning about teaching v Austrálii či kurz založený na TIMSS Video Study 1999 v Zurichu (Stehlíková, 2007).

3.3 Význam videozáznamů pro budoucí učitele

Stejně jako učitelé z praxe, i studenti učitelství mohou využívat práci s videonahrávkami ve své přípravě na budoucí povolání.

Jak uvádí Star a Strickland (2007), průkopníky v oblasti využití videa v přípravě budoucích učitelů se v USA stali Lampert a Ball, a to především svým projektem s názvem „Space for Learning and Teaching Exploration“ (krátce SLATE). V jeho rámci shromažďovali různé videoukázky výstupů učitelů a studentů učitelství, dále pak záznamy rozhovorů z vyučování, reflexe učitelů atd.

Pro studenty matematiky na pedagogické fakultě UK v Praze se videonahrávky stávají v hodinách didaktiky matematiky již běžným prostředkem ve výuce, který přináší mnoho kladů. Student se tak již při vlastním studiu na vysoké škole setkává s praxí, která je mu zprostředkována právě pomocí videozáznamů hodin matematiky. Doposud nezkušený student učitelství při sledování videonahrávek výuky prochází teprve prvotní fází transformace svých teoretických znalostí a dovedností do praktické výuky. Ve videoukázkách totiž může vidět praktické použití pro něj již teoreticky známých metod výuky, se kterými se setkal při svém studiu (Santagata, Zannoni, Stigler, 2007).

Tím, že mají k dispozici hodiny matematiky z různých zemí, získají studenti představu o výuce matematiky nejen v České republice, ale také jinde. Mohou porovnávat různé přístupy k výuce matematiky, různé druhy úloh a problémů apod.

V případě studentů učitelství mají videonahrávky trochu jiný význam, než u učitelů z praxe. Učitel z praxe má již zkušenosti s výukou a může vnímat výuku zprostředkovanou

pomocí videonahrávky poněkud jinak než budoucí učitel, který ještě žádné zkušenosti s výukou nemá (více v odstavci 3.5).

O využití videa v přípravě budoucích učitelů také mluví např. Bliss a Reynolds (2010, citováno v Star a Strickland, 2007), kteří popisují, jaký význam může mít video pro studenty učitelství v hodinách didaktiky matematiky, při nichž dochází k propojování teorie s praktickou stránkou výuky. V jejich výzkumu se studenti věnovali rozboru jedné pedagogické praxe a paralelně při tom sledovali 6 – 8 minut dlouhý videozáznam z této praxe.

3.4 Různé podoby využití videonahrávek v přípravě budoucích učitelů

Jak již bylo řečeno, použití videoukázek může mít různé podoby. Jak uvádí Star a Strickland (2007), vedoucí kurzu didaktiky matematiky může studentům pustit např. pouze vybranou část videonahrávky, která zobrazuje určitý didaktický moment ve výuce, nebo je nechá zhlédnout celou vyučovací hodinu, kde mohou vidět celý řetězec událostí. Studenti mohou sledovat ukázkou hromadně na kurzech didaktiky matematiky nebo např. ve dvojicích či samostatně.

V případě hromadného sledování ukázky může vyučující libovolně zasahovat do jejího průběhu, zastavovat video v důležitých momentech ukázky, vysvětlovat určité jevy, které se v ukázce objevují, a nabízet studentům podklady pro diskuzi o těchto jevech. Každý pozorovatel představuje jinou interpretaci stejné výukové situace, což přispívá k co nejširšímu hodnocení zhlédnutého videozáznamu, tříbení názorů i uvědomění si vlastního pojetí výuky matematiky. To je velkým přínosem společně prováděných diskuzí, proto má tato aktivita pro studenty učitelství zásadní význam.

Další alternativou použití videoukázek při přípravě budoucích učitelů je např. rozdělení studentů do skupin po dvou, přičemž mají za úkol sledovat videoukázku z určitého hlediska a následně společně provést její analýzu. Tento i předešlé způsoby využití videoukázek při přípravě budoucích učitelů matematiky jsou v současnosti využívány v hodinách didaktiky matematiky na PedF UK v Praze.

3.5 Umění provádět analýzu vyučování

Jak uvádí Stehlíková (2007), různé výzkumy (Margolinas, Coulange & Bessot, 2005; Goffree & Oonk, 2001) ukazují, že rozborům vyučovacího procesu se studenti i učitelé musí učit. „Většinou se zpočátku soustředí jen na to, zda je hodina „pěkná“ nebo „špatná“, a všímají si zejména obecně pedagogických a výchovných aspektů (udržování kázně, hlasitost učitelovy řeči, úprava poznámek na tabuli apod.). Ty jsou samozřejmě velmi důležité, ale nesmíme zapomínat na to, že máme na mysli vyučování matematice. Je tedy nutné všímat si také toho, jakým způsobem se rozvíjí matematické znalosti dětí, jakou představu o matematice jim učitel buduje, jak reaguje na jejich případné chyby a nepochopení apod.“ (Stehlíková, 2007).

Student učitelství matematiky se díky průběžnému sledování videoukázek a provádění jejich analýz na kurzech didaktiky matematiky postupně učí analyzovat výuku a všímat si jejích důležitých momentů. Sherin a van Es (2005) se zabývají možnostmi, jak může video pomoci učitelům upozorovat a řešit zásadní momenty výuky. V rámci této studie se uskutečnily dva výzkumy. V prvním výzkumu se skupina středoškolských učitelů matematiky měsíčně scházela s cílem prezentovat videoukázky ze své vlastní výuky a následně o nich diskutovat. V druhém výzkumu se skupina budoucích učitelů matematiky a přírodních věd zabývala novým podpůrným didaktickým prostředkem VAST¹⁴, který umožňuje provádět analýzy videoukázek z vlastní výuky či výuky někoho jiného. Sherin a kol. zjistili, že postupem času, kdy se učitelé učí analyzovat videoukázky, dochází k jistému posunu v jejich vnímání a postupnému zaměřování se na didakticky důležité aspekty v ukázce, kterých si zprvu zpravidla nevšímají. Konkrétně zjistili, že se učitelé z praxe při sledování ukázky prvotně zaměřují na to, co dělá učitel a až postupem času se přeorientují na to, jak reagují žáci a co říkají. Sherin a kol. také zjistili, že budoucí učitelé nejprve uvádějí v analýzách konkrétní ukázky pouze chronologický popis průběhu výuky a až postupem času začnou zaměřovat svoji pozornost na konkrétní momenty výuky. Dále bylo zjištěno, že budoucí učitelé i učitelé z praxe postupně ustupují od kritických komentářů zhlédnuté výuky k objektivnějším komentářům založeným na konkrétních faktech zřejmých z ukázky.

Schopnost všímat si¹⁵ v ukázkách důležitých jevů nezávisí pouze na tom, do jaké míry je učitel zvyklý pracovat s videonahrávkami, ale také na míře jeho dosavadních zkušeností.

¹⁴ Jde o software s názvem VAST (Video Analysis Support Tool), díky němuž je možné digitalizovat konkrétní úsek výuky spolu s doprovodnými informacemi důležitými pro analýzu hodiny (přepis rozhovorů z výuky apod.) (Sherin, van Es, 2005)

¹⁵ Přesné znění v anglickém jazyce: „ability to notice“

Již v roce 1988 Berliner a kol. (2010, citováno v Star a Strickland, 2007) v rámci svých výzkumů zjistili, že zkušenější učitel má lepší schopnost všimnout si důležitých jevů než zatím nezkušený budoucí učitel. Ve svém výzkumu se zaměřili na rozdíl ve schopnosti zpozorovat důležité jevy ve vyučování (zprostředkovaného pomocí videonahrávky) mezi zkušenými učiteli (ti, co mají za sebou alespoň 5 let učitelské praxe), pokročilejšími začátečníky (zkušenější studenti učitelství či učitelé s 1 rokem praxe) a úplnými nováčky v oboru učitelství (ti, co mají již nějaké teoretické vědomosti o výuce, ale žádné zkušenosti s výukou). Berliner a kol. zjistili, že se skupiny zúčastněných učitelů mezi sebou liší především tím, jakých jevů si ve výuce všimají, a také ve způsobu, jak tyto jevy poté interpretují. Zkušení učitelé si při sledování videoukázky byli schopni všimnout drobných nuancí v učebních strategiích učitele, které pokročilí začátečníci vůbec nerozpoznali. Kromě toho bylo zjištěno, že pokročilejší začátečníci a úplní nováčci v učitelství zaměřují svou pozornost pouze na učitele a na jeho pokyny a méně sledují žáky a diskuze v hodině. Výsledkem výzkumu tedy bylo zjištění, že ještě nezkušený učitel či úplný nováček v oboru učitelství se s obtížemi zaměřuje při výuce na žáka a má tendenci vnímat hodinu pouze jako chronologickou sekvenci od sebe oddělených jevů a není dostatečně pozorný k obsahu výuky.

Star a Strickland (2007) také uvádějí, že kromě výše uvedených faktorů, schopnost učitele všimnout si různých jevů ovlivňuje také to, zda učitel chápe matematické souvislosti v ukázce a dokáže je tudíž správně interpretovat. Je tedy důležité, aby byl učitel při sledování videoukázky opravdu v roli učitele a chápal všechny matematické souvislosti v ukázce, a nebyl v roli žáka, který se dozvídá nové souvislosti, jež doposud neovládal nebo jim zcela nerozumí. To pak může zkreslit jeho schopnost interpretace dané situace. Takovýto problém mohou mít studenti učitelství matematiky, kteří se stále ještě učí různým matematickým dovednostem a ve videonahrávkách výuky matematiky se mohou setkat s věcmi, které ještě zcela neovládají.

Tyto skutečnosti jsou velmi významné pro oblast dalšího vzdělávání nejen budoucích učitelů matematiky.

4 Praktická část – videoukázky

Jak již bylo řečeno, studenti i učitelé se musejí učit dívat se na záznam hodiny tak, aby si všímali všech podstatných didakticko matematických jevů. K tomu je nutné zaměřit jejich pozornost určitým směrem např. prostřednictvím různých otázek a úkolů.

V této kapitole uvedu 12 videoukázek a navrhnu jejich konkrétní zpracování pro použití v hodinách didaktiky matematiky. U dvou z nich poté v kapitole 5 uvedu i jejich praktické použití v hodinách Didaktiky matematiky 2 v letním semestru 2009/10 se studenty učitelství matematiky.

Při práci jsem měla k dispozici 11 videozáznamů z výuky matematiky na českých základních školách. Videozáznamy pocházejí z české části TIMSS Video Study 1999 a byly dány k dispozici PedF UK v Praze pro výzkumné a vzdělávací účely¹⁶. Z těchto videozáznamů jsem vybrala ty, které mají podle mého názoru určitý potenciál v oblasti didaktiky matematiky a mohou být přínosné nejen pro budoucí učitele matematiky. Z videozáznamů jsem vybírala didakticky zajímavé momenty, které jsem poté písemně zpracovala do podoby jednotlivých „videopřípadů“ (videocases). „Didakticky zajímavé“ znamená, že se v nich objevuje nějaký jev spojený s výukou matematiky, který má potenciál vyvolat mezi posluchači produktivní diskusi.

Pro každou videoukázku poskytuji kontext, kde popisuji konkrétní situaci, důležité okolnosti a průběh vybrané části výuky. Poté přináším vlastní komentář, samozřejmě do jisté míry subjektivní, a návrh použití ukázky např. v hodinách didaktiky matematiky včetně úkolů pro posluchače. Konečně uvádím i přesné úseky, které posluchači zhlédnou. I když není možné videoukázky k diplomové práci přiložit, vyučující, který získá od Ústavu pro informace ve vzdělávání souhlas s využitím daných videozáznamů ve své práci, může videozáznam, z něhož je videoukázka, identifikovat na základě číselného kódu, který uvádím u čísla videoukázky. Domnívám se, že navržené ukázky s kontexty jsou použitelné i bez videí jako textové případy.

V případě použití ukázek se studenty není vhodné jim předložit můj komentář k dané ukázce ještě před samotným zhlédnutím videoukázky, aby je dopředu neovlivnil. Studentům objasníme pouze kontext ukázky a po zhlédnutí videa jim předložíme úkoly pro posluchače, které uvádím na konci každé zpracované videoukázky. Jejich cílem je lépe nasměrovat studenty k důležitým aspektům ukázky. Není však vyloučeno, že bude vyučující koncipovat práci s videoukázkami jiným způsobem.

¹⁶ Nesmějí však být rozšiřovány, proto nemohou být přidány k mé diplomové práci a pouze je popíši.

4.1 Videoukázka č. 1 (kód hodiny MCZ001T)

Kontext

Téma první videoukázky jsou slovní úlohy. Vyučující je žena a ve třídě je přibližně 25 dětí. Vyučující připomíná, že se minulou hodinu věnovala spolu s žáky procvičování úprav rovnic, proto chce, podle svých slov, začátek hodiny opět zaměřit na slovní úlohy, a tudíž na „logické myšlení žáků“. K tomu využije aktivitu, kterou žáci, jak se zdá, dobře znají. Bez problémů a mlčky plní pokyny vyučující. Ta má na svém stole vystřižené papírky se čtyřmi slovními úlohami. Papírky má seřazené do čtyř skupin, každou vícekrát natištěnou na jednotlivých papírcích, aby se na každého žáka dostalo za předpokladu, že si každý vybere stejnou hromádku. Nejprve jeden z žáků vybere poslepu jednu z úloh a přečte ji. Tato úloha se týká dělitelnosti (viz níže).

Žáci začínají úlohu řešit do svých sešitů. Práce je samostatná. Když je žák s úlohou hotov, dojde si bez přihlášení pro další úlohu podle vlastního výběru. V případě, že žákům nějaká úloha nejde, mohou si vybrat jinou. Takto mohou samostatně řešit a vybírat úlohy až do okamžiku, kdy učitelka aktivitu přeruší povelom „stop“ (jak sama vysvětluje na začátku). Ve skutečnosti aktivitu ukončí až ve chvíli, kdy má většina třídy odložené propisky na stole. Samostatná práce žáků na těchto čtyřech úlohách trvá přibližně 7 minut. Poté probíhá společná oprava úloh, a to přibližně 10 minut. Jednotlivé úlohy jsou různě bodově ohodnoceny. Body za jednotlivé úlohy učitelka oznamuje až po společné opravě úloh. Za první úlohu o dělitelnosti žáci získají 2 body, za další úlohu týkající se skákajícího míče a délky jeho trajektorie (viz níže) učitelka uděluje 2 body a za úlohu o zlatu (viz níže) uděluje 4 body. Nakonec se žáci společně s učitelkou zabývají nejjednodušší úlohou za 1 bod, ve které jde pouze o správné pochopení zadání (určit výsledek lze bez jakýchkoli složitějších výpočtů). Za získané body, které si žáci přičtou k bodům z minulé hodiny, dostávají jedničku, případně i dvojku, pokud o ni stojí. Rozmezí známek učitelka určí až nakonec, jak se zdá, podle svého uvážení. Celkově tato aktivita zabere i s bodovým ohodnocením přibližně první polovinu vyučovací hodiny.

1. úloha o dělitelnosti¹⁷:

Doplňte chybějící číslice tak, aby čtyřciferné číslo: 68__ , které vznikne, bylo dělitelné pěti, třemi a čtyřmi. (řešení: 6840)

¹⁷ Nejde přímo o slovní úlohu, protože nemá žádný kontext.

2. úloha o míči:

Gumový míč vyskočí po odrazu do poloviny výšky, z níž spadl. Jestliže míč spadne z vrcholu střechy 18 metrů nad zemí, jaká je celková dráha, kterou míč urazí, až do okamžiku, kdy se potřetí dotkne země? (řešení: 45 metrů)

3. úloha o zlatu:

Na jedné misce vah leží hrouda zlata a na druhé misce $\frac{3}{4}$ stejné hroudy zlata a ještě $\frac{3}{4}$ kilogramu. Váhy jsou v rovnováze. Za kolik korun mohou všechno zlato prodat, jestliže 1 gram zlata vykupují za 820 Kč? (řešení: za 4 305 000 Kč)

Komentář

Tato aktivita má podle mého názoru řadu výhod. Žák je zde postaven před samostatnou volbu, jakou obtížnost úlohy si zvolí, podle svých zkušeností se slovními úlohami. Je zajímavé pozorovat, zda žák sahá nejprve raději po lehčích úlohách anebo je vidina rychle získané jedničky natolik motivující a žák natolik ambiciózní, že si hned zvolí úlohu složitější a zariskuje, že třeba složitější úlohu nevyřeší a pak už mu nestačí čas na lehčí úlohy.

Také zde hraje velkou roli fakt, že žákům nehrozí žádná sankce, pokud něco nevyřeší. To je určitě velkým motivačním prvkem. Někteří žáci mohou být pod hrozbou špatné známky stresováni, což jim může ztěžovat práci a narušovat uvažování při řešení úloh. Pokud však žák ví, že může získat pouze dobrou známku, je více motivován a zbaven stresu.

Motivací taktéž může být fakt, že se v takovýchto aktivitách mohou objevovat úlohy, které žáci znají již z předešlých hodin, nebo i tak jednoduché úlohy, které lehce vypočítá každý. Mohou tedy vcelku snadno získat dobrou známku, když nasbírají jistý počet bodů z více hodin, a to i za situace, kdy každou hodinu vyřeší pouze lehčí typy úloh. Body se jim postupně načítají. Nikde nemají dáno, že by museli řešit vždy všechny úlohy pro získání jedničky. Oproti tomu v písemných pracích, kde se mohou objevit i méně známé nebo těžší úlohy, musí žák vyvinout více úsilí pro jejich vyřešení, protože ve většině případů chce učitel po žácích řešit celou písemnou práci, i s těmi těžšími úlohami. Při této aktivitě tedy žák může získat dobrou známku jednodušeji než v písemných pracích, kde hrozí i známky špatné. Učitelka rozdává pouze jedničky či dvojky (pokud má někdo zájem).

Další výhoda takovéto aktivity je bezpochyby to, že jde o zajímavou formu procvičování probrané látky, nebo také ověřování toho, co žáci z výkladu pochopili. Jde tedy o jistý kontrolní proces výuky. Učitel též může rozpoznat ve třídě nadanější žáky (pokud děti ještě

moc nezná), když např. jako nejtěžší typ úlohy uvede úlohu, která se nepodobá úlohám probíraným v hodině. Zde se ukáže, zda žáci umějí zapojit nejen svou paměť, ale také logické uvažování.

Nejhůře žáci zvládali úlohu o zlatu. Tato úloha se setkala s neporozuměním některých žáků, kteří neuměli rozeznat rozdíl mezi $\frac{3}{4}$ hroudy a $\frac{3}{4}$ kilogramu. Žáci počítali s množstvím „hrouda“ jako s kilogramem, což je pochopitelně vedlo ke špatnému výsledku. Jedna dívka předvedla správný výpočet na tabuli a učitelka k tomu nakreslila obrázek, který daný problém dobře ilustroval.

Nevýhodou ukázky pro diváka je to, že pravidla aktivity nejsou na první pohled jasná. To je dáno tím, že žáci už pravidla znají z minulých hodin, proto je učitelka moc nevysvětluje. Žáci hned vědí, co mají dělat. Co však není jasně dané, je ohodnocení konečných celkových bodů známkou. Učitelka tuto stupnici sestavuje až na konci aktivity, podle svého uvážení. Možná by bylo vhodnější, aby žáci dopředu věděli, za kolik nejméně bodů mohou získat jedničku (případně dvojku).

Jako nedostatek bych uvedla fakt, že učitelka žákům v podstatě nijak nekontroluje správnost řešení. Žáci se jen hlásí, když mají úlohu správně a pak jsou jim uděleny body. Vše jen ústně. Učitelka si body nikam nezapisuje, žáci si je mají pamatovat sami a pak si jen přijít pro jedničku. Je tedy opomíjen fakt, že by se mohli přihlásit i ti, kteří úlohu třeba neměli správně. Učitelka by měla alespoň chodit mezi žáky a kontrolovat jejich sešity, zda mají úlohy opravdu správně vyřešené.

Návrh použití

Při použití této videonahrávky v hodině didaktiky matematiky je dobré, aby posluchači nejprve věděli, že jde o 8. ročník základní školy (tato informace platí u všech uvedených videoukázek a již ji nebudu dále uvádět), kdy žáci probírají slovní úlohy a zaměřují se podle učitelky na „logické uvažování“. Z první části ukázky není hned jasné, o co přesně při aktivitě jde. Proto je důležité posluchačům vysvětlit, že jde o aktivitu, kdy žáci samostatně řeší 4 různě bodově ohodnocené úlohy a mají na výběr, jaké úlohy chtějí řešit a v jakém pořadí. Nemusejí vyřešit všechny úlohy. Získané body za správně vyřešené úlohy se jim přičtou k bodům z minulých hodin a za určitý počet bodů získávají jedničku, případně dvojku, pokud chtějí. Bodové ohodnocení jednotlivých úloh je dáno, potřebné body na jedničku určuje učitelka po skončení aktivity.

Poté posluchači zhlédnou první část uvedené aktivity (cca 0 – 3. minuta), kdy učitelka vysvětluje, co mají žáci dělat. Průběh samostatné práce žáků není nijak důležitý. Jen je dobré,

aby posluchači viděli alespoň část této „tiché“ části ukázky, aby pochopili, jak aktivita probíhá. Z didaktického hlediska je důležitým prvkem této ukázky především aktivita sama, kterou učitelka používá. Čili způsob, kterým chce učitelka u žáků rozvíjet jejich schopnost řešit slovní úlohy. Proto je dobré posluchače po zhlédnutí této krátké ukázky vyzvat k diskuzi o tom, jak se jim zdá tato aktivita zajímavá, jaký má podle nich přínos pro žáky, jaké například nedostatky. Po krátké diskuzi je dobré pustit posluchačům další část (cca 7. – 18. minuta), kdy učitelka ukončí samostatnou práci a spolu s žáky prochází jednotlivé úlohy s následným bodováním. Posluchači poté mohou diskutovat jednak o samotných úlohách, dále pak o systému bodování a hodnocení. Mohou uvádět své připomínky či návrhy.

Úkol pro posluchače:

- Co vás na ukázce nejvíce zaujalo? Proč?
- Má podle vás tato aktivita nějaké nedostatky? Jaké? Jak byste je odstranili?
- Kdy byste podobnou aktivitu použili?
- Navrhnete alternativu této aktivity pro žáky 9. ročníků probírající průběhy funkcí.

4.2 Videoukázka č. 2 (kód hodiny MCZ001T)

Kontext

Tato ukázka pochází ze stejné videoukázky jako videoukázka č. 1. Učitelka zde s žáky pokračuje v procvičování, tentokrát umocňování číselných výrazů.

Nejprve zkouší žáky v lavicích, jak zvládají jednoduché úlohy na umocňování přirozených čísel. Např. „šest na druhou“, „dvě na třetí“ apod. Poté žáci chvíli řeší samostatně do sešitů úlohy z učebnice a následně kontrolují výsledky spolu s učitelkou.

V poslední části hodiny učitelka rozdá žákům papíry s úlohami na číselné výrazy a výrazy s proměnnou, přičemž mají za úkol samostatně vyplnit tužkou cvičení, poté si jej zkontrolovat podle výsledků na nástěnkách (kam je učitelka připevní). V případě, že mají cvičení bez chyb, připnou svůj papír na nástěnku a vrátí se zpět do lavic. V případě, že má některý z žáků nějaký výpočet špatně nebo si neví rady, pomůže mu učitelka malou nápovědou. Za správné vyplnění celého cvičení žák získává jedničku. Pokud nevyřeší cvičení správně, zůstává mu za

domácí úkol spolu s dalšími úlohami na papíře, které do samostatné práce nepatřily. Celá aktivita zabírá poslední část výuky, tj. přibližně posledních 10 minut vyučovací hodiny.

Komentář

Tato aktivita je v podstatě samostatná práce, která má jednak procvičovací charakter, ale také funkci ověřovací. O učitelčích cílech se můžeme spíše jen dohadovat, avšak s největší pravděpodobností použila toto cvičení proto, aby si žáci procvičili probíranou látku a aby mohla zároveň zjistit, jak zvládají úpravy číselných výrazů a výrazů s proměnnou. Tedy aby zjistila, zda již většina třídy látku zvládá a kde jsou případné nedostatky.

Žáci jsou motivováni jedničkou za správné řešení celého cvičení. Není však řečeno, kolik prvních jedinců má na jedničku nárok. Můžeme se ale domnívat, že vyučující dá jedničku všem, co zvládli celé cvičení. Bylo by vhodné hned zpočátku ujasnit, jaká jsou přesná pravidla.

Žáci mají možnost ukázat své početní schopnosti a mohou si vylepšit prospěch získanou známkou. Procvičují si rychlost počítání a schopnost soustředit se, na což mají dostatek klidu při samostatné práci. Ovšem je třeba dát pozor, aby hodina neprobíhala pouze v podobě samostatných prací. Výuka by měla být interaktivní, s použitím více různých výukových metod a typů cvičení. Vzhledem k tomu, že v této vyučovací hodině učitelka praktikuje pouze samé samostatné práce (viz videoukázka č. 1), přestává být práce jednotlivců kladem a stává se spíše monotónní rutinou. Žáci by měli také rozvíjet schopnost spolupráce a práce ve skupinkách. Je tedy třeba dát pozor na příliš monotónní způsob výuky a procvičování probírané látky. Bylo by vhodnější, kdyby žáci vytvořili například pět různých skupin a práce probíhala skupinově. Ta skupina, která by měla cvičení vyřešené jako první, by prezentovala své výsledky u tabule. Za předpokladu, že by měla cvičení bez chyby, by žáci, tvořící tuto skupinu měli nárok na jedničku. V případě, že by tomu tak nebylo, dostala by šanci další skupina atd.

Při takovéto aktivitě hraje velkou roli soutěživost mezi žáky. Ta je silným motivačním prvkem. Proto je ale nutné hned zpočátku určit jasná pravidla. Například kolik prvních jedinců má možnost získat jedničku atd.

Za nedostatek zde považuji fakt, že učitelka neprovedla s žáky žádnou opravu práce, ani se příliš nezajímala o chyby, které žáci udělali ve svých řešeních. I když jde při výuce o krátké cvičení, měli bychom se vždy zaměřit na chyby, které žáci dělají, a vždy vysvětlit správný postup řešení. To se v této hodině neuskutečnilo.

Návrh použití

Než posluchači zhlédnou tuto část ukázky (32. – 40. minuta), objasníme jim, že žáci právě probírají mocniny a umocňování výrazů. Také by měli vědět, že jde o poslední část vyučovací hodiny, přičemž se v první polovině výuky žáci věnovali aktivitě týkající se slovních úloh (pracovali samostatně). Pro posluchače je důležitá spíše první část ukázky (tj. cca 32. – 35. minuta), kdy se dozví, o čem učitelce jde a jak daná aktivita probíhá. Poté konec, kdy učitelka vyhodnocuje aktivitu. Samotné počítání žáků během aktivity není důležité. Posluchači mohou rozvinout diskuzi ohledně toho, jak na ně ukázka působí, jaká pozitiva má podle nich samostatná práce žáků, jaká negativa apod.

Úkol pro posluchače:

- Jak na vás působí tato ukázka? Proč vás ne/zaujala?
- Navrhněte způsob, kterým lze spolu s žáky procvičit umocňování číselných výrazů tak, aby nešlo o pouhou samostatnou práci jednotlivců.
- Jak byste se žáky procvičovali úpravy výrazů s proměnnou?
- Navrhněte projekt na téma „číselné výrazy“.

4.3 Videoukázka č. 3 (kód hodiny MCZ003T)

Kontext

Vyučující je žena a ve třídě je 24 žáků. Žáci spolu s učitelkou probírají, a částečně již opakují podobnost trojúhelníků. Věty o podobnosti trojúhelníků již znají. Učitelka chce tyto věty zopakovat a ptá se žáků, jak znějí. Jeden žák správně nazve 1. větu o podobnosti dvou trojúhelníků („sss“), avšak její znění mu dělá problémy. Nejprve uvádí: „Trojúhelníky, které mají podobné tři strany, ...“ (čas: 01:14), a větu nedokončí. Učitelka tedy řekne správné znění věty „sss“ sama.

Dále se ptá, na co nesmí žáci zapomenout, když zjišťují, „zda jsou dva trojúhelníky podobné, pro tři strany“ (čas: 01:45). Žáci nereagují, učitelka se ptá dál. „Jak zjišťujeme podobnost, když neznáme třeba označení trojúhelníků? Známe jenom velikost těch tří stran“ (čas: 01:52). Žáci stále nereagují. Učitelka se ptá: „Co musíme dát do poměru? Které strany?“ (čas: 02:03) Po chvíli se přihlásí chlapec a odpoví, že musíme dát do poměru „největší ku největší stranu“, „nejmenší ku nejmenší“ a „prostřední ku prostřední“.

Poté se učitelka ptá na druhou větu o podobnosti a její označení. Jeden chlapec vyslovuje větu: „Dva trojúhelníky jsou podobné, když jejich dvě strany jsou podobné a mají úhel podobný“ (čas: 02:48). Učitelka upozorní na chybu ve slově „podobný“ úhel a ostatní žáci opraví výraz „podobný“ na „shodný“ úhel. Nakonec učitelka sama zopakuje celou větu tak, jak má znít.

Jako poslední je uvedena věta „*uu*“, kterou jedna žákyně hned správně vysloví a učitelka napíše označení všech tří vět na tabuli. Tedy „*sss*“, „*sus*“ a „*uu*“.

Dále se ptá na koeficient podobnosti k . Jeden z žáků uvede, že platí: „ $a' = k \cdot a$ “. Učitelka toto zapíše na tabuli. Žádný obrázek, ani popis nějakého trojúhelníku není nikde na tabuli uveden. Jako další možné vyjádření koeficientu k žáci uvádějí „ $b' = k \cdot b$ “ a „ $c' = k \cdot c$ “. Nakonec se zabývají tím, jaké hodnoty může k nabývat.

Komentář

Je dobré, že chce učitelka s žáky nejprve zopakovat věty o podobnosti, než je začne užívat rovnou v úlohách. Zde se však ukazuje, že žáci umí vyslovit pouze označení vět („*sss*“, „*sus*“ aj.) a znění celé věty jim dělá problémy. Můžeme se domnívat, že buď umí pouze označení vět a nechápou zcela jejich smysl, anebo vědí, jak větu aplikovat a rozumí jí, jen ji neumí správně celou vyslovit. Vždy je důležitější, aby žáci chápali smysl určité věty a uměli ji správně použít v úlohách, než aby znali pouze vzorec či označení této věty nazpaměť (např. označení „*sss*“ pro větu o podobnosti dvou trojúhelníků a poměru jejich stran), ale nechápali moc význam věty.

Fakt, že na tabuli nejsou nakreslené žádné obrázky, které by věty o podobnosti názorně ilustrovaly, považuji za chybu. I když učivo jen opakujeme, měli bychom vždy vědět, k čemu přesně se jaké označení vztahuje. To souvisí i s dalším problémem v této ukázce.

Když se učitelka ptá na koeficient podobnosti k , jeden z žáků vysloví vztah „ $a' = k \cdot a$ “. Učitelka zapíše tento vztah na tabuli, aniž bychom věděli, co je přesně a . Chybí zde zapsaná jakákoli souvislost s trojúhelníkem. Na tabuli by měl být uveden buď zápis trojúhelníku ABC , nebo jeho popsany náčrt. Takto máme uveden pouze jakýsi zápis, o němž víme, že k je koeficient podobnosti (to bylo řečeno), ale uvedené a již nikde na tabuli není vysvětleno ani uvedeno. Vždy je důležité vše přesně popisovat a dávat do souvislostí. Neučit žáky jako obecná tvrzení nějaká konkrétní označení a vzorce nazpaměť, které pak žáci hned

aplikují v konkrétních úlohách¹⁸.

Až na úplném konci této ukázky (čas: 05:28) učitelka ukazuje na nástěnku, kde je znázorněna podobnost trojúhelníků ABC a $A'B'C'$. Zde teprve vidíme, k čemu se vztahuje zápis „ $a' = k \cdot a$ “. Učitelka měla hned zpočátku pracovat s tímto obrázkem anebo si nakreslit svůj vlastní na tabuli a k němu psát, co platí.

Návrh použití

Posluchačům ještě před zhlédnutím videoukázky sdělíme téma hodiny, kterým je podobnost dvou trojúhelníků, kdy žáci spolu s učitelkou opakuji věty o podobnosti dvou trojúhelníků. Ukázku pustíme od začátku až do chvíle 05:45.

Úkol pro posluchače:

- Zaujalo vás něco v ukázce? Pokud ano, co přesně?
- Jaký je váš názor na způsob, jakým učitelka opakuje s žáky věty o podobnosti dvou trojúhelníků? Jak byste věty s žáky opakovali vy? Navrhněte možný způsob.

4.4 Videoukázka č. 4 (kód hodiny MCZ003T)

Kontext

Tato ukázka pochází ze stejné hodiny jako předešlá ukázka. Na začátku hodiny se žáci spolu s učitelkou zabývají podobností dvou trojúhelníků (viz videoukázka č. 3). V této ukázce chce učitelka žákům demonstrovat, jakým způsobem se dá podobnost využít v praxi. Začne vysvětlovat následující úlohu:

„Tady před školou máme vysoký smrk. Ten smrk těžko asi změříme, protože nikdo nedovede vylézt až nahoru na tu špičku, spustit nějaké pásmo a změřit, jak je velký. Ale představte si, že třeba bude někdy třeba ten smrk pokácet. Ted' my budeme přemýšlet, kam vlastně ten smrk dopadne. (...) My vidíme, že ten smrk nemůže spadnout sem do školy, ted' se podívám, kdyby spadl na tu stranu, tak tam máme nějaký ořech, takže tam asi by polámal ten ořech, (...), takže my potřebujeme změřit nějak tu výšku toho smrku, abychom

¹⁸ Častou chybou je například to, když mají žáci Pythagorovu větu spojenou rovnou se zápisem: „ $c^2 = a^2 + b^2$ “. Zde vůbec není uvedeno, o jakém trojúhelníku je řeč. Jde o konkrétní zápis pro konkrétní trojúhelník ABC , kde strana c je přepona. Pokud toto neuvedeme, nemůžeme tento zápis uvádět jako obecné označení (či vzorec) Pythagorovy věty.

si správně určili místo dopadu tak, abychom třeba nepoškodili napětí elektrické, nebo abychom nepoškodili budovu nebo jiné stromy atd.“ (čas: 14:58 – 16:21). Vzápětí učitelka dodá, jak bychom úlohu vyřešili. A to tak, že bychom změřili nějaký podobný útvar a pomocí této podobnosti bychom vypočítali výšku smrku. Hned poté žáci dostávají pokyn k otevření učebnic a podobnou úlohu se stromem řeší z učebnice. Jeden žák přečte nahlas zadání a učitelka vyřeší úlohu na tabuli.

Úloha má toto zadání (čas: 16:48 – 17:06):

Svislá dvoumetrová tyč vrhá stín 2,5 metrů dlouhý. Ve stejném vodorovném terénu stojí smrk neznámé výšky, jehož stín je dlouhý 6,8 metrů. Vypočítejte výšku smrku.

(řešení: 5,44 metrů)

Komentář

Učitelka použila k procvičení podobnosti velmi pěknou úlohu z reálného života. Žákům dobře vysvětlila situaci a uvedla tak zajímavou problémovou úlohu. Avšak vzápětí sama vysvětlila, jaké bude řešení této úlohy. Nenechala žákům žádný prostor na to, aby sami zkusili vymyslet nějaký postup řešení. Bylo by efektivnější, kdyby žáky nechala po zadání úlohy přemýšlet (třeba i ve skupinkách) a o využití podobnosti by jim zatím nic neříkala. Nicméně tato problémová úloha byla ponechána stranou a učitelka s žáky vyřešila klasickou úlohu na podobnost z učebnice.

Bylo by mnohem zajímavější, kdyby se žáci věnovali problémové úloze se smrkem před školou, kterou učitelka podrobně vysvětlovala. Ta je pro žáky mnohem zajímavější, protože se lépe vžijí do situace, když se jedná o něco, co znají nebo je jim nějakým způsobem blízké. Viděli by matematiku reálně propojenou s jejich nejbližším okolím, což je velmi důležité. Kdyby učitelka nechala žáky řešit tuto původní úlohu, jistě by je řešení více bavilo. Zajímalo by je, kam by smrk před školou mohl opravdu dopadnout, aby něco neponičil. Zkoušeli by různá řešení a jistě by někteří i sami přišli na využití podobnosti. Možnou alternativou této úlohy by mohlo být takovéto zadání:

Před školou stojí strom, jehož délku potřebujeme změřit, abychom určili, kam strom dopadne po zkácení. Chceme zamezit všem možným překážkám při dopadu na zem. K dispozici nemáme žádné přístroje, které by nám výšku stromu změřily, jen metrové pravítko a tyč o délce 1,5m. Jakým způsobem byste výšku stromu určili?

V ideálním případě bychom mohli spolu s žáky opravdu vyjít ven a nechat je v terénu chvíli přemýšlet o tom, jak by problém řešili. Nakonec by měli řešení názorně demonstrovat a vysvětlit.

Při řešení úlohy z učebnice učitelka postupuje pouze podle svých myšlenek, žáky nenechá moc samostatně přemýšlet. Nepobízí je, aby našli nějaké své vlastní řešení úlohy. Klade jen jednodušší otázky, často velmi instruktivní, tak, aby se dopracovala ke svému zamýšlenému řešení. Například: „Co vzniká, když je něco svislého?“ (při tom naznačuje rukou, že jde o pravý úhel). Žáci v lavicích hned odpovídají. Po každé nápovědě žáci ihned znají odpověď. Zdá se, že jsou otázky kladeny takovým způsobem, aby odpověď byla zřejmá. Učitelka tímto způsobem dojde až k hledanému výsledku.

Bylo by lepší, kdyby učitelka dávala žákům větší prostor k přemýšlení a nedávala ihned nápovědu u každé položené otázky. Buď by mohla nejprve nechat žáky samostatně řešit úlohu do sešitů, a až poté by jí společně s žáky řešila na tabuli, nebo by je mohla nechat rovnou chodit k tabuli, aby zkoušeli navrhnout svá vlastní řešení.

Návrh použití

Posluchače seznámíme s tématem ukázky a pustíme jim ukázku od 14:43 do 19:30. Důležitým momentem je zde situace, kdy učitelka pěkně popisuje problémovou úlohu o smrku před školou, a vzápětí ji opustí s pouhým nástinem řešení a přechází ke klasické učebnicové úloze týkající se podobnosti. Na to však posluchače neupozorníme. Až po zhlédnutí ukázky to můžeme rozebrat.

Úkol pro posluchače:

- Co se vám na ukázce líbilo/nelíbilo? Proč?
- Jak hodnotíte problém se smrkem, který učitelka uváděla na začátku ukázky?
- Jak byste hodnotili komunikaci mezi učitelkou a žáky? Vysvětlete.
- Navrhnete alternativu problémové úlohy na podobnost dvou trojúhelníků.

4.5 Videoukázka č. 5 (kód hodiny MCZ003T)

Kontext

Tato ukázka pochází rovněž ze stejné hodiny, jako ukázka č. 3 a č. 4. Na začátku hodiny se žáci zabývali podobností dvou trojúhelníků (viz videoukázka č. 3).

V této ukázce můžeme vidět, jak žáci řeší spolu s učitelkou jednu zajímavou úlohu na téma podobnosti trojúhelníků. Ještě než začnou řešit zmíněnou úlohu, uvede učitelka jako příklad situaci z reálného života, kde bychom k výpočtu jisté vzdálenosti využili podobnosti. Žáci pouze tiše poslouchají. Poté přistoupí k samotné úloze, jejíž zadání zní:

Na obrázku 3.2 jsou písmeny M , N označena umístění dvou stožárů vysokého napětí. Ohyb řeky nedovoluje přímo změřit jejich vzdálenost. (...) (čas: 26:28)

Zde učitelka zastaví žáka, který čte zadání, a vyzve ostatní k nahlédnutí do obrázku znázorňující situaci z úlohy. Pod zadáním je uveden náčrtek situace (viz níže na obrázku 3) a žáci mají za úkol vypočítat vzdálenost bodu M od bodu N . Na obrázku jsou tedy vyznačeny body M , N , jejichž spojnice vede přes onen ohyb řeky, dále pak bod O mimo řeku. Body M , N , O tvoří svým postavením trojúhelník. Na obrázku jsou též vyznačeny body M' , N' , kde bod M' je středem úsečky MO a N' středem úsečky NO . Spojnice $M'N'$ je tedy střední příčkou trojúhelníku MNO . Učitelka začne postupně překreslovat obrázek z učebnice na tabuli a vysvětluje: „Uděláme si nějaký ohyb řeky (...), a máme tady stanoviště N a tady budeme mít stanoviště M' “ (čas: 27:03). Nyní mlčky spojí body N , M a pokračuje: „A máme změřit vzdálenost z bodu N do bodu M' “ (čas: 27:16). (...) „V tomto případě budeme opět využívat podobnosti trojúhelníků“ (čas: 27:59), uvádí učitelka a dokresluje do obrázku bod O , čímž vzniká trojúhelník MNO . Dále pokračuje ve vysvětlování postupu řešení úlohy. Dokresluje do náčrtku body M' , N' , a poté i spojnici $M'N'$. V průběhu vysvětlování se žáků téměř na nic neptá, pouze při určování poměrů velikostí úseček ON' ku ON a OM' ku OM a při určení společného úhlu pro oba trojúhelníky, což je jasně viditelné z obrázku. Žáci pak ještě odpovídají na pár dalších vcelku jednoznačných otázek, čímž se doberou k výslednému řešení úlohy.

Komentář

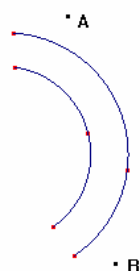
Během celé ukázky učitelka zaujímá hlavní roli vyučování. Žáků se na nic neptá, nevyzývá je vůbec ke slovu, vše jim ukazuje sama na tabuli. Chybí zde jakákoli komunikace

učitel-žák. Žáci jsou zcela pasivní a nemají žádnou možnost se k danému tématu vyjádřit. Nikdo z nich není ani jednou vyzván k tomu, aby navrhl nějaké řešení úlohy.

Díky podrobnému náčrtku mají žáci již zpočátku jistou představu o tom, co vše asi bude při výpočtu v úloze hrát důležitou roli. Možná by bylo zajímavější žákům hned neukazovat tento obrázek znázorňující danou situaci, aby mohli zapojit více svou představivost a navrhovat svá vlastní řešení. Učitelka navedla žáky k faktu, že budou k výpočtu délky MN využívat středy stran MO a NO a dále pak podobnost vzniklých trojúhelníků. Bylo by podnětnější, kdyby žáci dostali pouze zadání úlohy, s méně podrobným obrázkem a nápovědu, či jakýsi návod k řešení. Úloha by mohla vypadat například takto:

Vypočtete, jak jsou od sebe vzdáleny dva sloupy označené písmeny A , B (viz obrázek 3), stojící na břehu řeky tak, že její ohyb nám vadí v přímém změření jejich vzdálenosti. K dispozici máte kůl, který můžete zarazit kdekoli do země, dále pak dlouhý metr, kterým můžete měřit potřebné vzdálenosti. Uvědomte si, že přes vodu měřit nelze.

Nápověda: Využijte podobnosti trojúhelníků.



Obr. 3

Žáci by tuto úlohu mohli řešit ve skupinkách, s případnými těžkostmi by vyučující mohl pomoci vhodnou nápovědou. Úloha je takto pochopitelně těžší, nicméně i tak by někteří mohli přijít na to, že mohou nějakým způsobem využít zmiňovaný kůl, a tím pak vzniklý trojúhelník mezi sloupy A , B a kůlem. Poté by mohli najít podobný trojúhelník a pomocí podobnosti dvou trojúhelníků pak vypočítat hledanou vzdálenost sloupů A , B .

Návrh použití

Nejprve posluchačům sdělíme téma ukázky, tj. podobnost trojúhelníků. Poté jim pustíme ukázku od 25:07 do 33:00. Následně necháme posluchače zodpovědět otázky.

Úkol pro posluchače

- Jak na vás působí ukázka? Co se vám v ukázce ne/líbilo? Proč?
- Postrádali jste něco ve výuce z ukázky?
- Jak byste uvedenou úlohu pojali vy? Jak přesně byste ji žákům předložili? Vysvětlete.
- Vymyslete ukázkovou hodinu (45min) nebo alespoň její přibližné schéma, kde byste s žáky chtěli procvičit užití podobnosti trojúhelníků v praxi. Zamyslete se nad nějakou zajímavou aktivitou v rámci tohoto tématu.

Poznámka: Tato ukázka byla shodou okolností použita ve výzkumu N. Stehlíkové, která sledovala, jakým způsobem ji budou hodnotit učitelé a jak studenti učitelství. Z jejího dosud nepublikovaného rukopisu o tomto výzkumu vybírám výsledky týkající se této ukázky. (Výzkumu se zúčastnilo 119 respondentů.) „U ukázky se studenti i učitelé domnívali, že žáci jsou příliš pasivní (40,4 %), jen 5,3 % považovala žáky za aktivní. S tím koresponduje hodnocení vedení výuky učitelkou; 40,5 % účastníků zmínilo, že učitelka „vede monolog“, „drží přednášku“, „prakticky nepotřebuje děti“, „vůbec žáky nezapojuje“. Ovšem vyskytly se i názory, že učitelka provedla jasný a pěkný výklad (10,3 %) oproti 5,2 %, kteří se domnívají, že výklad byl naopak příliš rychlý a nejasný. Celá ukázka byla vedená jako neúčinná, resp. špatně použitá v 63,2 % případech oproti 36,8 %, kdy respondenti výslovně hodnotili, že se jedná o dobře a efektivně vedenou výuku.“

4.6 Videoukázka č. 6 (kód hodiny MCZ005T)

Kontext

V této videoukázce se seznamujeme s aktivitou, zaměřenou na logické uvažování. Vyučující je žena a ve třídě je přibližně 26 žáků. Žáci mají za sebou již první hodinu matematiky a po krátké přestávce následuje druhá hodina.

V první části druhé vyučovací hodiny matematiky se žáci zabývají logickými úlohami typu logických testů, které samostatně řeší a výsledky si zapisují na fólie. První úloha je z kombinatoriky¹⁹, kdy žáci hledají různé kombinace oblečení. Ti, kteří mají hotovou první úlohu a mají ji správně (což ověřuje učitelka), kontrolují výsledky svým spolužákům, kteří

¹⁹ Zadání není čitelné (zaměřuje ho pouze kameraman, nechte se nahlas).

úlohu teprve dokončují. Takto žáci chodí po třídě a vzájemně si tiše pomáhají s kontrolou první úlohy. Vždy ve dvojicích. Když má většina třídy hotovo, učitelka vyzve žáka, který byl hotov jako první, aby přečetl nahlas výsledek. Ti, co ho mají správně, získávají jedničku.

Druhý úkol učitelka vystaví na nástěnce. Jde o logické doplňování správného obrázku (z šesti možných variant na výběr) do chybějícího pole v obraze na papíru²⁰. Těchto papírů je na nástěnce celkem pět. K nástěnce se zadáním jde skupinka žáků. Ti koukají na jednotlivé papíry a zapisují si svá řešení na fólie. Každý sám za sebe. Kdo je u nástěnky hotov, střídá se se spolužákem, který ještě u nástěnky nebyl. Takto se vystřídají všichni, aby u nástěnky byla vždy pouze malá skupinka asi šesti žáků. Ti, co zrovna neřeší druhý úkol u nástěnky, řeší v lavici třetí úkol, který učitelka promítne na zeď pomocí zpětného projektoru. Ten zní takto:

Vyjádři pomocí čtyř čtyřek všechna sudá čísla x , pro která platí: $1 < x \leq 10$.
(některá řešení viz níže)

Když jsou žáci hotovi s oběma posledními úkoly, učitelka promítne na zpětném projektoru výsledky třetího úkolu se sudými čísly. Pro každé sudé číslo x ; ($1 < x \leq 10$) učitelka uvádí jedno možné vyjádření. Např. číslo 10 je možné napsat takto: $(44 - 4) : 4$ apod.

Poté pobídne žáky, aby ukázali nějaká svá vlastní řešení. Většina předvede podobná vyjádření jako učitelka, s použitím sčítání a odčítání. Jsou zde ale i tací, kteří zapojili do výpočtů odmocniny či zlomky. Například číslo 2 vyjádřil jeden chlapec jako $4/4 + 4/4$. Nebo jiný chlapec číslo 6 zapsal jako $(4 - 4) + \sqrt{4} + 4$. Největší problém s vyjádřením žáci měli u čísla 6.

Kontrola druhého úkolu byla velmi rychlá. Učitelka vyjmenovala vždy u každého z pěti papírů, jaký obrázek do daného obrazce logicky patří.

Komentář

Na začátku vyučovací hodiny se dozvídáme, že cílem hodiny bude odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu. Ještě předtím věnuje učitelka čas popsání aktivity, která se zabývá pro žáky již známými věcmi, má tedy opakovací charakter. Z ukázky je zřejmé, že jsou žáci na tuto aktivitu zvyklí. Hned vědí, co mají dělat, aniž by učitelka musela mnoho vysvětlovat.

²⁰ Podobné typy úloh nalezneme např. v logických testech (IQ testech).

Učitelka často zapojuje tuto aktivitu do výuky, a to každou středu (jak sama uvádí). To můžeme hodnotit jako přínosné z více důvodů.

Díky podobným aktivitám se výuka stává méně monotónní. Žáci se mohou odreagovat, a to smysluplnou aktivitou související s matematikou, přičemž rozvíjejí své logické myšlení. Učitelka zařadila tuto aktivitu mezi první a začátek druhé vyučovací hodiny, a to zřejmě právě s úmyslem odreagování žáků. Nevíme přesně, čemu se žáci věnovali v první hodině. V druhé hodině chce učitelka odvodit vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu. Mezi tyto dvě výukové části je, podle mého názoru, dobře zařazena aktivita, která má za úkol žáky rozptýlit a připravit je na druhou vyučovací hodinu.

Motivačním prvkem je zde opět možnost získání jedničky. Tu žáci získávají za každý správně vyřešený úkol. Zároveň nehrozí špatné známky.

U třetího úkolu je více možností, jak vyjádřit sudá čísla a učitelka dá všem žákům možnost, aby předvedli svá vlastní řešení, což je velmi důležité. Tato úloha umožňuje vymýšlet řadu číselných zápisů a kombinací různých početních úkonů. Žáci zapojují své logické uvažování a schopnost kombinovat různé přístupy k získání určitého čísla.

Návrh použití

Na úvod posluchačům sdělíme, že v ukázce uvidí aktivitu zaměřenou na logické myšlení. Je dobré, aby posluchači věděli, že žáci mají za sebou již první vyučovací hodinu matematiky a tato aktivita probíhá během úplného začátku druhé vyučovací hodiny.

Nejprve pustíme první část ukázky, kde se posluchači dozvědí, o co v ukázce zhruba půjde. Tj. od 01:40 do 03:10 (přibližně). Poté pustíme část od 04:40 do 10:40, kde mohou vidět, jak aktivita probíhá, tedy co dělají žáci a co učitelka. Nakonec pustíme část, kde učitelka spolu s žáky prochází jednotlivé úkoly a jejich řešení. Tj. od 18:05 do 23:58. Posluchačům vysvětlíme, že během času, který přeskakujeme, žáci tiše řeší úlohy a střídají se u nástěnky. Důležité momenty uvidí v jednotlivých částech ukázky.

Úkol pro posluchače:

- Co vás na ukázce zaujalo? Proč?
- Tato aktivita probíhala na začátku druhé vyučovací hodiny matematiky, po přestávce. Myslíte, že byla správně časově zařazená do výuky? Zdůvodněte.
- Jaké vidíte klady/zápory této aktivity? Zdůvodněte vaše tvrzení.

4.7 Videoukázka č. 7 (kód hodiny MCZ005T)

Kontext

Ve stejné vyučovací hodině, z níž pochází videoukázka č. 5, učitelka odvozuje vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu. Jak sama uvádí, z předešlé hodiny již žáci znají vzorec pro rozdíl čtverců, který taktéž zjišťovali pomocí odvození.

Nejprve učitelka položí na lavici osm papírů. Na každém z nich je jedno z těchto vyjádření:

$$a^2 - b^2$$

$$(a - b) \cdot (a + b)$$

$$(a - 3) \cdot (a + 2)$$

$$a^2 + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a + b)$$

$$a^2 - a - 6$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2.$$

Učitelka vyzve některé žáky, aby si vybrali vždy jeden z uvedených výrazů a připnuli jej na magnetickou tabuli tak, aby výrazy, jež mají nějakou souvislost, stály vedle sebe. Žáci chodí k tabuli a postupně dávají papíry k sobě. Kdo spatří chybu nebo má nějakou pochybnost, bez vyzvání jde k tabuli a sestaví papíry jinak, podle svého uvážení. Žáci dospívají s pomocí učitelky k tomuto sestavení:

$$a^2 - b^2 \dots\dots (a - b) \cdot (a + b)$$

$$a^2 - a - 6 \dots\dots (a - 3) \cdot (a + 2)$$

$$(a + b)^2 \dots\dots (a + b) \cdot (a + b) \dots\dots a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 + b^2.$$

Nyní žáci samostatně ověřují do svých sešitů, zda platí vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu²¹. To žákům nečiní velkou obtíž.

Následně učitelka vysvětluje celý proces umocňování dvojčlenu. Záměrně již nepoužívá písmena a , b pro označení prvního a druhého členu, ale slovy vysvětluje: „První člen

²¹ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ve výsledku je tedy druhá mocnina prvního členu ze závorky“ (čas: 34:53), poté „bereme dvojnásobek prvního členu vynásobeného druhým členem, tedy $2ab$ “ (čas: 35:05), a nakonec „třetí člen jako druhá mocnina druhého členu“ (čas: 35:14). Vše přitom ukazuje na uvedeném vzorci na tabuli.

Vzorec pro druhou mocninu rozdílu dvojčlenu, tedy $(a - b)^2$, se žáci snaží vymyslet z hlavy. Trefují se však nejprve chybně. Učitelka tedy vede žáky k vynásobení závorek $(a - b) \cdot (a - b)$. Takto žáci docházejí ke správnému zápisu, tedy $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Nakonec žáci zkouší odvodit ještě druhou mocninu dvojčlenu $(-a - b)$ a dvojčlenu $(-a + b)$.

Komentář

Tento způsob seznámení žáků s novým vzorcem hodnotím velmi kladně. Žákům není předložen pouze vzorec bez jakéhokoli vysvětlení. Sami mají možnost nejdříve přemýšlet nad souvislostmi mezi jednotlivými zápisy mnohočlenů a vzorců, což rozvíjí jejich schopnost logicky uvažovat a dedukovat.

Žáci také sami zkouší odvodit, zda daný vzorec opravdu platí, což přispívá k jeho pochopení, případně i k lepšímu zapamatování. Žáci mohou sami dospět k objevu daného vzorce, což je nenahraditelnou součástí výuky matematiky.

Žáci jsou nejprve motivováni jednoduchou, avšak velmi zajímavou aktivitou, a to hledáním souvislostí mezi různými zápisy předložených mnohočlenů. Poté si připomínají již získaný separovaný model, který znají z minulé hodiny (vzorec pro rozdíl čtverců). Následně získávají další separovaný model (druhá mocnina dvojčlenu), jehož existenci ověřují. To je velmi důležitým prvkem výuky matematiky. Žák by měl vždy pochopit, proč jaký vzorec platí a jak k němu dospějeme.

Důležitým prvkem v ukázce je demonstrace učitelky, která vysvětluje vzorec slovy. Žák musí pochopit vzorec obecně, nikoli jen jako druhou mocninu konkrétního dvojčlenu $(a + b)$.

Skutečnost, že mají žáci za úkol odvozovat i druhou mocninu dalších dvojčlenů, jako $(a - b)$, $(-a - b)$ nebo $(-a + b)$, má velké opodstatnění. Mohou se takto lépe naučit pracovat s dvojčlenem obecně a umět si pod ním představit různá konkrétní čísla, a to i záporná. Učitelka s žáky diskutuje, ptá se vždy na jejich názor a na návrh řešení. Nikdy jim přímo sama nesděljuje, jak má rozklad vzorce vypadat. Žáci sami zkouší rozklady vzorců do sešitu a přemýšlejí nad nimi. Je velmi důležité, že učitelka dává žákům prostor pro vlastní názor a tvorbu.

Návrh použití

Posluchačům sdělíme, že se žáci spolu s učitelkou chystají na odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu. Poté můžeme pustit ukázkou od 25:10 do 27:24, kde se posluchači seznámí s aktivitou, která předchází odvození vzorce. Poté pustíme ukázkou od 30:49 do 32:47, kde učitelka vysvětluje, jak má vypadat správné seřazení jednotlivých papírů s mnohočleny. Poté žáci samostatně ověřují vzorec do sešitů. Poslední důležitější část ukázky je od 33:42 do 35:17, kdy učitelka vysvětluje vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu.

Nakonec se učitelka ptá, jak bude vypadat rozklad druhé mocniny dvojčlenu, když se změní znaménko v závorce. To už posluchačům můžeme pouze sdělit.

Úkol pro posluchače:

- Čím vás ukázka zaujala? Vysvětlete proč.
- Jak hodnotíte způsob, kterým učitelka zavádí druhou mocninu dvojčlenu? Použili byste také tento způsob? Proč ano/ne?
- Má podle vás tento způsob nějaké nedostatky či nevýhody? Pokud ano, jak byste je odstranili?
- Navrhněte aktivitu, kterou byste ve škole použili ke zjištění, zda žáci správně pochopili odvozené vzorce pro umocňování dvojčlenů.

4.8 Videoukázka č. 8 (kód hodiny MCZ006T)

Kontext

Vyučujícím v této ukázce je muž a ve třídě je 24 žáků. Začátek vyučovací hodiny je věnován opravě písemné práce. Téma práce je počítání s mocninami.

Vzhledem k tomu, že práce nedopadla nejlépe, jak učitel uvádí, chce některé úlohy vyřešit spolu s žáky na tabuli. Aby si žáci připomněli práci s mocninami, zadá jim učitel nejprve jednodušší výraz $3x^3 - x^2 + 2x^3 + 2x^2 + x$ (čas: 06:26), který poté vyzvaný žák bez problémů vyřeší u tabule. Potom se žáci spolu s učitelem začínají zabývat jedním z nejtěžších úloh

z písemné práce (jak učitel sám uvádí). Jde o výraz: $\left(\frac{a^3b}{a^2b^4}\right)^2$.

Žákyně u tabule začne upravovat výraz tak, že nejprve umocní celou závorku na druhou. V této chvíli k ní přistupuje učitel, smaže, co dívka napsala, se slovy: „Tak počkej, upravme

to, co je v závorce, nejprve. Ještě to neumocňujeme, to je právě to, že se dostáváte do určitých problémů“ (čas: 09:18). Dále pokračuje: „Nejprve upravíme, co je v závorce. Dívej se. (...) Vzorově krat. Vzorově“ (čas: 09:28). Žákyně tedy nejprve zjednoduší zlomek v závorce, a až poté umocní vzniklý výraz na druhou. Takto postupně dokončí úpravu daného výrazu.

Komentář

Jakmile žákyně začíná upravovat daný výraz, učitel ji bez jasnějšího vysvětlení zastaví, smaže, co dívka napsala, a napoví, jak má v úpravách pokračovat. V jejím postupu však nebyla žádná chyba. Učitel chce přesto dívku nasměrovat tak, aby úlohu řešila podle „vzorového“ postupu. Tedy nejprve upravit závorku, poté až umocnit.

Jak se můžeme domnívat, žáci jsou naučeni upravovat nejprve výraz v závorce, co nejvíce ho zjednodušit, a až poté pokračovat s dalšími matematickými operacemi. To můžeme považovat za standardní postup při umocňování výrazů. Žákyně však chtěla nejprve výraz v závorce umocnit, pak až zjednodušit nový vzniklý výraz. Tímto způsobem by taktéž dospěla k výsledku. Nicméně učitel žákyni zastavil a hned ji sám opravil. Učitelova snaha je pochopitelná – zřejmě v testu viděl, že pokud žáci nejdříve umocní a až pak krátí, získávají vysoké mocniny a s nimi zřejmě hůře pracují. Nicméně domnívám se, že měl žákyni toto vysvětlit. Alternativou je také to, že mohl nechat dívku dojít až k finální úpravě, a až poté ukázat výhodnější postup řešení. Mohl také nechat jiného žáka, aby ukázal jiné možné řešení.

Domnívám se, že žák by měl mít možnost navrhnout své vlastní řešení a vyzkoušet jej. Aby se sám přesvědčil, zda dospěje ke správnému výsledku a zda třeba neexistuje nějaké jednodušší řešení. Učitel však často (někdy i z časových důvodů) žákům podsouvá vlastní postupy, aniž by je nechal samotné něco vymyslet a aniž by vysvětlil, proč je výhodnější právě tento postup a ne jiný.

Návrh použití

Posluchačům sdělíme, že shlédnou ukázkou, ve které žáci spolu s učitelem opravují písemnou práci na téma úpravy výrazů.

Ukázku pustíme od 08:20 do 10:58. Jde jen o krátký kousek ukázkou, kde by si posluchači měli všimnout momentu, který jsem popsala podrobněji výše. Poté můžeme opět zavést diskuzi na toto téma.

Úkol pro posluchače:

- Co vás v ukázce zaujalo? Proč?
- Navrhněte alternativní přístup k postupu, který jste viděli v ukázce.
- Navrhněte hodinu na téma úpravy výrazů a následnou písemnou práci.

4.9 Videoukázka č. 9 (kód hodiny MCZ006T)

Kontext

Tato ukázka pochází ze stejné videonahrávky jako videoukázka č. 8. Přibližně v půlce vyučovací hodiny se učitel s žáky věnuje logickým úlohám. Jak sám uvádí na úplném počátku vyučovací hodiny (čas: 03:18), cílem bude žáky pobavit a „spravit jim náladu a sebevědomí“ po opravě písemné práce.

Učitel zadá žákům první úlohu (ústně) (čas: 18:22):

„Mám tříletou dceru. A za šest let budu čtyřikrát starší než ona. Kolik mi je let?“
(řešení: 30 let)

Žáci nahlas vykřikují odpovědi, učitel nejprve nereaguje a nechává žáky přemýšlet. Po chvíli odsouhlasí výsledek, který již uvedlo více žáků a vysvětlí ostatním, jak lze k výsledku dospět.

Druhá úloha zní takto (čas: 19:10):

„Za jakých okolností já můžu tvrdit, že včera mi bylo třicet a příští rok mi bude třicet dva?“
(řešení: za okolnosti, že bych se narodil 31. prosince)

Žáci opět zkouší nějaké možnosti, diskuze o úloze probíhá pouze ústně.

Ve třetí úloze mají žáci určit následující člen v tomto zápise, který učitel napíše na tabuli (čas: 22:17):

Č31 S31 Z30 Ř31 L30 ... (řešení: P31; tzn. měsíc: prosinec, počet dní v tomto měsíci: 31)

Ještě než žáci začnou úlohu řešit, učitel uvede nápovědu: „Napovím vám, že jsme teď mluvili o nějakých takových narozeninách, měsících a tak dále.“ (čas: 22:31)

Žáci řeší úlohu na své papíry a kdo je hotov, jde k učiteli s výsledkem. Pokud je řešení správné, uděluje učitel žákovi jedničku. Nakonec vysvětlí u tabule úlohu těm, kteří ji případně nevyřešili. Za první úlohu učitel udělí sedm jedniček.

Čtvrtou úlohu učitel zadává opět ústně (čas: 25:14):

„V které nejmenší číslovce se vyskytuje písmeno B?“ (řešení: bilión)

Po krátké době se zvedá žák a jde k učiteli se správným výsledkem. Takto následuje i šest dalších, kteří taktéž získávají jedničku. Nakonec učitel uvádí správný výsledek pro ostatní, kteří úlohu nevyřešili.

Poslední úloha se týká „pohádkových cen“, jak uvádí učitel (čas: 27:04) a zní přibližně takto:

Hračka s názvem „vlk“ stojí v obchodě 4,–50 Kč. Sešit zde stojí 7,–50 Kč a nějaký blok stojí 6 Kč. Tyto ceny mají jistou logiku. Kolik zde bude stát horské kolo?

(řešení: 15 Kč; za každé písmenko zaplatíme 1,–50 Kč)

Žáci si nejprve nevědí moc rady. Učitel uvádí nápovědu, že panenka v tomto obchodě stojí 10, 50 Kč. Po několika neúspěšných řešeních, jež žáci předkládají učiteli, učitel uvádí konkrétnější nápovědu: „Všimněte si, že vlk stojí méně než třeba panenka“ (čas: 29:10) a přitom slabikuje slova „vlk“ a „panenka“. Dále pokračuje: „blok stojí méně než sešit“ (čas: 29:21) a slabikuje slova „blok“ a „sešit“. Zhruba po třech minutách od zadání úlohy přichází k učiteli první žák, který má řešení správně. Ostatní úloha činí obtíže. Po udělení jedničky úspěšnému chlapci učitel vysvětluje ostatním, jak dospět ke správnému řešení této úlohy.

Komentář

Tato aktivita má podle mého názoru více kladů. Učitel ji vcelku vhodně zařadil zhruba do půlky vyučovací hodiny, mezi opravu písemné práce a pokračování látky z minulé hodiny. Jak sám uvedl, žáky má aktivita především pobavit a jistě také odreagovat. Proto časové zařazení aktivity odpovídá cíli. Žáci se během ní myšlenkově odpoutají od opravy písemné práce a mohou „s čistou hlavou“ pokračovat v další části hodiny. Taktéž by mohla být podobná aktivita zařazena až na konec hodiny, kdy už žákům pomalu odbíhá pozornost od výuky.

Jasným motivačním prvek je zde možnost získat jedničku. Žáci se předhánějí, kdo bude mít dříve hotovo a bude moci bojovat o jedničku. Tu může získat prvních sedm jedinců, což je vcelku optimální počet. Nejde o klasické školní úlohy, proto mají možnost uspět téměř všichni žáci.

První dvě úlohy souvisí s reálným životem. Třetí úloha je podle mého názoru mírně problematická. Bez nápovědy nemá moc velký smysl. Učitel tedy hned po zadání úlohy uvedl, že má úloha nějakou souvislost s daty, měsíci apod. To pak žáky vedlo k bleskovému uvědomění, o co v úloze jde²². S uvedenou nápovědou se úloha stala velmi jednoduchou.

U čtvrté úlohy učitel uvedl správný výsledek, ale už se nezabýval jeho vysvětlením. Některým žákům nemusel být výsledek hned jasný. Proč nejmenší číslovkou, obsahující písmeno „B“, je právě bilión a nikoli nějaká menší číslovka. Zdá se, že učitel myslí slovo číslovka z hlediska jazykového (jako podstatné jméno, přídavné jméno, číslovka...), pak je slovo bilión základní číslovka. Domnívám se, že tuto úlohu není zcela vhodné použít při výuce matematiky.

Poslední úloha je zajímavá, avšak nemá nic společného s reálným životem. Jde v podstatě pouze o to, aby žáci dospěli k tomu, že mají spočítat hlásky v uvedených slovech a podle toho dospět k ceně. Po chvíli, kdy žáci zkoušeli různá řešení, která je nevedla hned k řešení, uvedl učitel vhodnou nápovědu tím, že naznačil počet slabik v jednotlivých slovech.

Přesto že je tato aktivita zajímavá, mohla by být lépe použita. Učitel by mohl například využít interaktivní tabule, kde by měl jednotlivé úlohy již připravené, (nebo i obyčejnou tabuli). Takto je žákům diktoval (některé z hlavy, jiné z papíru). Šlo o soutěž, bylo by tedy lepší, kdyby žáci viděli zadání někde napsané a nezdřžovali se jeho zápisem do sešitů. U každé úlohy by vyučující měl vypracované řešení, které by žákům vždy po ukončení soutěže u jednotlivých úloh odkryl. Takto by se ušetřil čas, který by mohl být věnován diskuzi o úlohách či nějakým dalším úlohám.

Učitel také po třetí, čtvrté a poslední úloze uděluje úspěšným žákům jedničky a zapisuje jim známky hned do žákovských knížek. To, podle mého názoru, tak trochu narušuje průběh celé aktivity. Bylo by vhodnější, kdyby si po každé úloze poznamenal jedničky zatím jen k sobě, a až nakonec (možná až na úplný konec vyučovací hodiny) udělil známky žákům do žákovských knížek. V tomto případě žáci každou chvíli běhají po třídě s žákovskými knížkami a tím se značně narušuje průběh aktivity a soustředěnost dětí. Nevíme bohužel nic o způsobu hodnocení u tohoto učitele. Otázkou je, jakou váhu mají právě tyto jedničky, které žáci získávají za vyřešení jediné úlohy, jejíž spojení s matematikou je někdy sporné.

²² za sebou jdoucí měsíce a počty dnů

Návrh použití

Posluchačům sdělíme, že zhlédnou ukázkou, v níž se žáci spolu s učitelem věnují aktivitě, která má za cíl pobavit žáky, jak sám učitel uvádí.

Ukázku pustíme od 17:59 do 31:04. Po zhlédnutí posluchače opět vyzveme k diskuzi.

Úkol pro posluchače:

- Jak na vás zapůsobila právě zhlédnutá aktivita?
- Jaké klady/zápory má podle vás tato aktivita? Zdůvodněte.
- Jak vnímáte hodnocení jednotlivých úloh v průběhu aktivity?
- Do jaké situace či části vyučovací hodiny byste zařadili takovou aktivitu?
- Navrhněte způsob, jakým byste použili podobnou aktivitu (například pomocí interaktivní tabule apod.).

4.10 Videoukázka č. 10 (kód hodiny MCZ006T)**Kontext**

Tato ukázka pochází ze stejné videonahrávky jako videoukázka č. 8 a 9. Stejně jako ve videoukázce č. 4 se i v této ukázce žáci věnují spolu s učitelem opakování podobnosti. Látku již znají z minulé hodiny a nyní je cílem aplikovat podobnost v praxi (jak uvádí učitel).

Na úvod chce učitel zopakovat, co je poměr podobnosti a jak „se vypočítá“. Jeden z žáků odpoví svými slovy (ne zcela srozumitelně), ale učitel považuje jeho výklad za příliš složitý. Proto sám slovy vysvětluje: „Takže máme dva nějaké tvary, vezmeme odpovídající si strany a uděláme jejich poměry, to znamená dělení. Jestliže ten poměr je vždycky stejný, u každých dvojic, u všech dvojic, je to podobnost.“ (čas: 32:31). Poté se ptá na zápis poměru podobnosti a jeden z žáků jde k tabuli napsat rovnost:

$$|X'Y'| : |XY| = k.$$

Učitel souhlasí a ptá se, který výraz je vzor a který obraz. Žák správně odpoví a učitel poté ještě napíše na tabuli jiný zápis: $k = \frac{a'}{a}$. Zároveň vysvětluje: „ K á se rovná cokoli, nějaká strana a “ (píše a') „jako vzor, lomeno strana malé a jako obraz.“ (čas: 33:55).

Po tomto úvodu se žáci spolu s učitelem věnují úloze z učebnice. Její zadání zní (čas: 36:20):

O obdélnících ABCD a EFGH víte, že jsou podobné. Pro $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|EF| = 15 \text{ cm}$. Určete poměr podobnosti a vypočítejte délku strany FG druhého obdélníku.
(řešení: $k = 3$, $|FG| = 12 \text{ cm}$)

Po přečtení zadání jde dívka k tabuli a nakreslí obdélník ABCD a vyznačí na obrázku známou stranu a a stranu b . Další dívka nakreslí druhý obdélník EFGH s vyznačenou stranou e a f . Učitel se ptá žáků, jak v tomto případě vypočtou poměr podobnosti, a přitom zapisuje na tabuli, co žáci správně uvádějí: $k = \frac{e}{a}$. Stranu f již učitel dopočte sám, bez pomoci žáků.

Ti pouze poslouchají a zapisují si.

Učitel se ptá u každého vztahu, který píše na tabuli, co je vzor a co obraz. Žákům nedělá problém toto určit. Úloha je vyřešena a učitel zadá domácí úkol z učebnice na podobné úlohy.

Na úplném konci vyučovací hodiny učitel zopakuje ještě jednou vztah pro výpočet poměru podobnosti, vysvětlí ho znovu pomocí slov „vzor“ a „obraz“ a následně vysloví větu: „velikost obrazu je rovna součinu velikosti vzoru a poměru podobnosti“ (čas: 46:11) a poukáže na zápis na tabuli: $a' = k \cdot a$. Toto si mají žáci zapsat do sešitu a zvýraznit. Hodina končí.

Komentář

V této ukázce můžeme vidět stejný jev jako ve videoukázce č. 4. Na tabuli jsou zapsány dva konkrétní vztahy:

$$|XY'| : |XY| = k$$

$$k = \frac{a'}{a}$$

mezi poměrem podobnosti, vzorem a obrazem. Nikde není uveden žádný obrázek, který by dané vztahy ilustroval. To nepovažuji za správné. Je však důležité, že učitel připomíná, co je obraz a co vzor.

Učitel hodně komunikuje s žáky a na vše se ptá. Nechává je vcelku dost chodit k tabuli. To je velmi důležité, protože je tím udržuje v pozornosti, žáci jsou nuceni přemýšlet a nepíšou si pouze mlčky do sešitů, co jim učitel sdělí či nadiktuje. Sami se podílí na výuce a na řešení úlohy z učebnice.

Co bychom však mohli vytknout, je, že učitel vybral k procvičení podobnosti vcelku jednoduchou procedurální úlohu, v níž bylo potřeba pouze aplikovat uvedený vztah pro poměr podobnosti. Je jasné, že je zpočátku třeba řešit s žáky spíše jednodušší úlohy, aby každý pochopil princip, nicméně i přesto je možné udělat úlohu zajímavější a problémovější. Nebo ji alespoň nechat žáky vyřešit samotné. Aplikovat vzorec v jednoduché úloze, kde není třeba nic již upravovat či dořešit, by neměl být pro žáky osmého ročníku žádný problém. Proto bychom tuto úlohu mohli nechat žáky řešit samostatně do sešitů, dát jim přibližně tři minuty prostor, a až poté projít s žáky řešení společně. Bylo by lepší věnovat pak zbylý čas nějaké problémovější úloze, kterou bychom již mohli dělat společně s žáky.

Návrh použití

Posluchačům sdělíme, že zhlédnou ukázkou, v níž žáci spolu s učitelem opakují podobnost a aplikují ji v úloze.

Ukázku pustíme od 31:24 do 34:35. Poté můžeme přeskočit tichou, méně důležitou pasáž a pustíme ukázkou opět od 35:49 do 43:26. Nakonec posluchači ještě zhlédnou poslední pasáž od 45:28 do 47:09.

V této videoukázce můžeme vidět stejný jev jako ve videoukázce č. 3, kde se žáci zabývají podobností trojúhelníků. To bychom mohli využít pro srovnání. V obou případech je užíván konkrétní zápis podobnosti, avšak bez konkrétního obrázku, který by ilustroval situaci, čehož by si posluchači měli povšimnout. Bylo by tedy zajímavé pustit po této ukázce i videoukázku č. 3 a nechat posluchače ukázky porovnat. Po zhlédnutí opět vyzveme posluchače k diskuzi.

Úkol pro posluchače:

- Mají podle vás tyto dvě ukázky něco společného (kromě tématu)? Vysvětlete.
- Jak byste popsali způsob opakování vlastností podobných útvarů?
- Jak byste hodnotili úlohu z učebnice, kterou učitel řešil s žáky ve videoukázce č. 9? Použili byste ji také a tímto způsobem? Proč ano/ne?
- Vymyslete úlohu na procvičení podobnosti, kterou by bylo vhodné použít ve výuce jako jednu z prvních úloh vůbec.

4.11 Videoukázka č. 11 (kód hodiny MCZ007T)

Kontext

Vyučující v této ukázce je žena a ve třídě je 20 žáků. Jak uvádí učitelka, z předchozích dvou hodin žáci již znají pravidla pro sčítání a odčítání výrazů. V této ukázce mají za cíl danou látku procvičit.

Ještě než se žáci začnou věnovat cvičení, které má učitelka přichystané, mají za úkol zopakovat pravidla pro sčítání celých čísel. Na magnetické tabuli je předkreslená jakási tabulka, do níž má vybraná žákyně doplňovat výsledná znaménka součtu dvou celých čísel (jde o součet dvou kladných čísel, potom dvou záporných čísel a nakonec součet kladného a záporného čísla a součet záporného a kladného čísla). Učitelka se ptá na jednotlivé součty a jejich výsledné znaménko, žáci odpovídají a dívka zapisuje do posledního sloupce buď znaménko plus nebo znaménko minus (případně obojí). Ve finále vypadá tabulka takto:

+	+	+	=	+
-	+	-	=	-
+	+	-	=	-, +
-	+	+	=	-, +

To samé probíhá i u součinu dvou celých čísel. Dívka opět doplňuje výsledná znaménka součinů do posledního sloupce připravené tabulky. Příslušná tabulka vypadá takto:

+	•	+	=	+
-	•	-	=	+
+	•	-	=	-
-	•	+	=	-

Potom učitelka zopakuje ještě jednou pravidla: „Dvě kladná čísla sčítáme tak, že je sečteme a výsledek je kladný. Záporná čísla také sečteme a výsledek je záporný. Kladné a záporné číslo musíme od sebe vždycky odečíst a platí znaménko od většího z přirozených čísel. Musíme si pamatovat.“ (čas: 21:29)

Po této rekapitulaci učitelka vyvěsí na tabuli připravené cvičení. Ještě před tím, než zahájí aktivitu, zopakuje s žáky, co je to člen výrazu. „Členy výrazu jsou od sebe odděleny

znaménky plus a minus. Jinak řečeno, je to vlastně každý sčítanec součtu a každý menšenec a menšitel rozdílu“ (čas: 22:05), uvádí učitelka.

Nyní již přichází čas zmíněné aktivity. Jde o pospojované čtvrtky, na nichž jsou napsané čtyři výrazy, které mají žáci upravovat (např.: $5a + (-3a - 7) = \dots$ (čas: 21:50)). Žáci jsou rozděleni do tří skupin. První skupinu tvoří řada u okna, druhou skupinu prostřední řada a třetí skupinu řada u dveří. Každá skupina má jiné zadání, čili na tabuli visí tři různá zadání. Ještě před tím, než se začnou žáci věnovat cvičení, připomínají si spolu s učitelkou, co je člen výrazu a co je opačný výraz. Potom začínají samostatně pracovat, což probíhá v naprosté tichosti po dobu přibližně čtyř minut.

Když mají žáci hotovo, vyzve učitelka jednoho žáka z každé skupiny, aby napsal na tabuli k zadání pouze „výsledek“ prvního výrazu. Každý u svého zadání. Takto žáci napíší na tabuli postupně všechny finálně upravené výrazy. Učitelka kontroluje jednotlivé výrazy a ptá se žáků, zda je „výsledek“ správný. Pokud není správný, vyzve jiného žáka, který „chybný výsledek“ u tabule opraví.

Po dokončení opravy cvičení učitelka kontroluje úspěšnost žáků tím, že zvedají ruce nejprve ti, co neměli žádný „výsledek“ špatně, poté ti, co měli jednu chybu atd. Výsledky cvičení učitelka hodnotí pouze ústně a nikam si nic nezapisuje.

Komentář

Jak je z ukázky patrné, žáci mají naučené jakési poučky, které si mají pamatovat (jak uvádí učitelka²³). Poučky mají pro žáky význam, pokud je chápou.

U uvedeného cvičení učitelka chce po žácích pouze „zapsat výsledky“ na tabuli, nikoli postup. Ten řeší každý sám do svého sešitu. Ani při uvedeném chybném výsledku na tabuli se učitelka nezajímá o postup, kterým žák úpravu výrazu řešil. Sdělí jen, že je „výsledek špatně“, a požádá někoho jiného, aby napsal správný výsledek. Nezajímá se o to, proč a kde žák udělal chybu, a tudíž ji ani nevysvětlí. Řeší se zkrátka jen výsledky (tedy finální úprava výrazu), což není podle mého názoru v pořádku.

Také bych zvolila jiný způsob průběhu této aktivity. Žáci jsou rozděleni do tří skupin, proto bych je nechala také pracovat jako skupiny, nikoli jako jednotlivce. Bylo by možná zajímavější pojmut aktivitu jako soutěž tří skupin. Soutěž by byla pro žáky určitě zajímavější.

S tím souvisí i hodnocení aktivity. Učitelka pouze dotazem zjistila, kdo měl kolik chyb, ale opravou a výsledným vyhodnocením se již moc nezabývala. Jako soutěž bychom mohli

²³ Čas: 20:47

tuto aktivitu ohodnotit tak, že by byla nejméně úspěšnější skupina oceněna jedničkou. Za nejméně úspěšnou skupinu bychom považovali tu, která by byla nejrychlejší a zároveň měla nejméně chyb v řešení. Po hodnocení bychom určitě měli s žáky projít správná řešení, případně i postupy řešení a vysvětlit všechny nejasnosti.

Návrh použití

Předtím, než pustíme ukázkou posluchačům, objasníme jim, že učitelce v ukázce půjde o zopakování a procvičení pravidel pro sčítání a odčítání výrazů, která již žáci znají.

Ukázku pustíme od 19:21 do 22:32. Následuje ne příliš důležitá část, kterou můžeme přeskočit, pokud chceme ušetřit čas. Pustíme ukázkou opět až od 24:33, kde učitelka zahajuje samotnou aktivitu. Zde posluchačům stačí zhlédnout cca půl minuty, aby viděli, jak aktivita probíhá. Nebo jim jen sami sdělíme, že žáci tiše samostatně počítají do svých sešitů. Poslední částí je pak čas od 28:09 do 34:58, kdy učitelka prochází s žáky výsledky.

Úkol pro posluchače:

- Co vás v ukázce zaujalo? Proč?
- Navrhněte způsob, jakým byste s žáky zopakovali pravidla pro úpravy výrazů. Použili byste stejný způsob jako v ukázce?
- Jaký je váš názor na aktivitu, kterou učitelka využívá k procvičení úprav výrazů na konci ukázky? Jak byste úpravy výrazů procvičili s žáky vy?
- Jak je prováděna oprava výsledků a následné vyhodnocení? Jak byste opravu a vyhodnocení provedli vy?

4.12 Videoukázka č. 12 (kód hodiny MCZ014T)

Kontext

V případě, že mají studenti možnost zhlédnout celou vyučovací hodinu, poskytují zpracovanou větší část jedné vyučovací hodiny z osmého ročníku české základní školy. Ve třídě je asi 26 žáků, vyučující je žena a téma hodiny jsou mocniny.

V první části hodiny se žáci věnují samostatné práci („desetiminutovce“) a mají za cíl procvičit třetí mocniny celých čísel a desetinných čísel. Žáci jsou rozděleni na dvě skupiny (A, B). Zadání jedné skupiny vypadá takto:

$$127^3 =$$

$$0,14^3 =$$

$$4000^3 =$$

$$6,578^3 =$$

Zadání druhé skupiny je obdobné. Učitelka promítne cvičení na zpětném projektoru. Žáci mají k dispozici pouze tabulky, které podle videonahrávky používají u všech výrazů z cvičení. I učitelka je na práci s tabulkami značně odkazuje. Kalkulačky nesmí používat. Žáci pracují v klidu do svých sešitů po dobu cca 5 minut. Když dá učitelka pokyn, žáci vyberou sešity a odevzdají je. Poté učitelka u tabule opravuje cvičení obou skupin za pomoci žáků, kteří jí diktují svá řešení. V podstatě vše vyhledávali v tabulkách, jak můžeme soudit podle videonahrávky. „Tomáši, hledal jsi v tabulkách...a našel jsi...povídej“, vyzývá učitelka žáka ke slovu (čas: 10:22) a zapisuje výsledek na tabuli. Takto probíhá celá oprava cvičení.

Po tomto cvičení můžeme vidět v ukázce tzv. „řetěz“. Jde o aktivitu, při níž si všichni žáci stoupnou v lavicích a učitelka nahlas vyslovuje početní úkony jdoucí za sebou, které mají žáci v duchu vypočítat a dobrat se takto postupně k výsledku. Pokud se jim toto podaří, zapíší výsledek do sešitu a zakryjí jej. Ten, kdo má výsledek správně, získává jedničku. Učitelka začíná: „6 krát 8, plus 12, děleno 5, děleno 4, děleno 10, plus 0,5, krát 100, minus 16, děleno 8, děleno 10 a poslední krát 5“ (čas: 16:30). Kdo se během výpočtů ztratí, sedne si a již nepokračuje. V tomto případě získali jedničku 4 žáci. Nakonec učitelka projde cvičení ještě jednou a provede tímto kontrolu. Vyzývá žáky v lavicích, aby vyřkli vždy výsledek jednotlivého výpočtu: „6 krát 8 je?“ (čas: 17:54), „plus 12“ (čas: 17:56) atd. Tímto dospějí žáci spolu s učitelkou k výsledku „řetězu“ (řešení: 4).

V další části hodiny učitelka opakuje učivo z minulé hodiny matematiky: „Včera jsme se naučili pravidlo, které nám výrazně pomůže vyrovnat se se znaménkem při mocnění, a společnými silami jsme včera objevili, že když je základem mocniny, tedy tím číslem, které umocňujeme, číslo kladné, tedy větší než nula, pak nás příliš znaménko u výsledné mocniny nemusí trápit, protože Aničko...“ (čas:19:14). Žákyně odpovídá: „Protože tam žádné není“ (čas: 19:42). Učitelka pokračuje: „Protože tam žádné není, takže ta mocnina je vždycky kladná. Problém nastane v okamžiku, kdy umocňuji číslo záporné, číslo menší než nula, a pak jsme se naučili fígl. Jaký Petro?“ (čas: 19:43). Žákyně pomocí učitelky odpoví na otázku, co se děje se znaménkem u výsledku, když je základ mocniny záporný: „Když je exponent sudý, tak se tam to mínus nepíše, když je lichý, tak se tam..(nesrozumitelné)“ (čas: 20:08).

Po tomto opakování v lavicích učitelka vyzývá žáky k tabuli a z paměti jim diktuje jednotlivé úlohy typu:

$$(-2)^5$$

$$(-1)^{28} \text{ apod.}$$

Toto drobné opakování umocňování záporných čísel zabere cca 3 minuty.

V další části hodiny promítne učitelka na zpětném projektoru cvičení, jehož zadání vypadá takto:

$$(6 - 9)^3 =$$

$$(4 + 2 \cdot 3 - 12)^4 =$$

$$5 \cdot (4 + 3 - 7)^5 =$$

$$(6 - 5 + 4 - 7)^3 =$$

$$(27 - 36 + 8)^5 =$$

$$-1 \cdot 2^3 =$$

$$(4 \cdot 7 : 7 - 6)^2 =$$

0	8	-27	4	-1	16	27	-8	1
C	R	M	A	I	O	K	N	S

„Spočítám, když spočítám dobře, najdu svůj výsledek v tabulce a dosadím si písmenko. Když už nenajdu v tabulce, tak už to je první upozornění, že jsem asi nepočítal dobře. Kdo z písmenek složí smysluplné slovo, jde se samozřejmě pochlubit,“ vysvětluje učitelka (čas: 23:15). Deseti žákům, kteří dospěli ke správnému slovu, učitelka uděluje jedničku. Celá aktivita zabere cca 10 minut i s opravou. Tu učitelka promítá opět na zpětném projektoru.

V poslední části hodiny učitelka probírá s žáky novou látku, a to násobení mocnin se stejným základem. Začne tím, že napíše na tabuli výraz: $2^2 \cdot 2^3$ a říká: „Kdybych, až to budeme dělat zítra nebo další dny, tak budeme vědět, jak si život zjednodušíme. Zatím to nevíme, dnes se k tomu dobereme. Takže to uděláme, řekla bych ,otrocky‘. Každé číslo umocníme zvlášť, mezi sebou vynásobíme a třeba něco zjistíme“ (čas: 31:24). Pomocí žáků učitelka píše na tabuli výsledek 32 a ptá se: „Teď pro ty, kdo mají hlavu na krku, nedala by se ,třicetdvojka‘ čistě náhodou napsat jako nějaká šikovná mocnina dvojky? Není 32 náhodou 2 na několikátou?“ (čas: 32:04). „Takže 32 můžeme napsat jako 2^5 . Možná už nějaké

podezření padlo“ (čas: 32:20), tuší učitelka, že už některým žákům dochází, jak se při násobení mocnin se stejným základem pracuje.

Učitelka píše na tabuli další výraz: $3^2 \cdot 3^2$. Žákyně rovnou vykřikuje výsledek: 3^5 , učitelka nesouhlasí. Ostatní vzápětí vyslovují správný výsledek: 3^4 . Učitelka vymyslí ještě jeden výraz a nakonec poukáže ve všech třech případech na výslednou mocninu, která vznikla sečtením jednotlivých exponentů. Tímto způsobem postupně dospěje k závěru: „Takže násobím-li mocniny se stejným základem, tak co udělám? Ten základ...změnil se nějak ten základ? Ne. Tak ten základ opíšu a co s těmi exponenty?“ (čas: 34:35). Žáci odpovídají: „Sečtu je“ (čas: 34:48).

Poté učitelka vyzve žáky k otevření učebnic, kde přečtou nahlas větu o násobení mocnin se stejným základem a zapíší si její znění do sešitů. Učitelka píše na tabuli:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

a později doplňuje: $a \in R; r, s \in N$.

Nakonec zve žáky k tabuli a diktuje jim výrazy, které mají umocňovat a násobit mezi sebou (např. $3^2 \cdot 3^{12}$ apod.). Na úplném konci hodiny žáci ústně říkají výsledky cvičení z učebnice na násobení mocnin se stejnými základy.

Komentář

Celá hodina obsahuje řadu didakticky zajímavých momentů, proto je, podle mého názoru, přínosné, aby studenti zhlédli velkou část hodiny. Přesný časový úsek uvádím v návrhu použití videoukázky.

V první části hodiny, kde se žáci věnují „desetiminutovce“ a řeší cvičení na třetí mocniny, vyvstává otázka účelnosti této aktivity. Jak usuzuji z videonahrávky, učitelčíným cílem bylo s největší pravděpodobností zjistit, jak umí žáci pracovat s tabulkami a zda již zvládají početní úkony, které s nimi probírala v minulých hodinách (tj. třetí mocniny celých a desetinných čísel). Kalkulačky nesmí žáci používat. Je nutné si uvědomit, že nahrávka pochází z roku 1999, kdy nebyly kalkulačky ještě tolik rozšířené. Otázkou je, zda i v dnešní době by měli učitelé klást takový důraz na práci s tabulkami. Osobně postrádám souvislost s použitím v reálném životě, kde žáci nebudou mít tabulky u sebe, aby mohli pomocí nich hledat druhé a třetí mocniny čísel. Vždy budou k složitějším výpočtům typu $0,684^3$ používat kalkulačky.

Celé cvičení by mohlo být pojato i jinak. Podle mého názoru je důležité, aby žáci věděli, jak si poradit bez tabulek, a aby uměli najít třetí mocninu jednodušších čísel bez tabulek.

Tedy aby např. 12^3 uměli napsat jako $12 \cdot 12 \cdot 12$ a čísla mezi sebou jednoduše vynásobili (u složitějších čísel by měli umět vynásobit čísla „pod sebou“).

Usuzuji, že další aktivita („řetěz“), kterou učitelka zařazuje do výuky, má charakter procvičovací a také zábavný. Z ukázky je patrné, že žáci aktivitu znají, a že je běžně zařazována do výuky. Žáci v duchu provádějí jednoduché výpočty (6 krát 8, plus 12 atd.) a musí se soustředit na to, aby se v nich neztratili. Jde tedy o jakýsi náznak soutěže typu „kdo vydrží déle“. Dalším motivačním prvkem je bezpochyby možnost získání jedničky, na kterou má právo každý, kdo dospěje ke správnému výsledku. Nemůže tedy nastat situace, kdy žák dospěje ke správnému výsledku, ale již jako např. šestý, tudíž nemá šanci získat jedničku (pokud je stanoveno, že jedničku získává prvních 5 žáků). Zde má šanci každý. Zařazení podobně zábavné aktivity do výuky matematiky považují za vhodné, protože tak můžeme uvolnit jinak vážnější atmosféru v hodině a žáky rozptýlit.

V průběhu ukázky můžeme také vidět cvičení, jehož ráz je opět vcelku zábavný. Jedná se o cvičení, kde žáci řeší úlohy typu $(6 - 9)^3 = \dots$, přičemž výsledky jednotlivých úloh vedou pomocí určitého kódu ke složení smysluplného slova. To považuji za dobrý nápad vzhledem k motivačnímu charakteru aktivity typu „tajenka“. Žáci současně procvičují umocňování kladných a záporných čísel a zároveň jsou motivováni objevem hledaného výrazu.

V poslední části hodiny provádí učitelka výklad nové látky (násobení mocnin se stejným základem). Je zřejmé, že se snaží, aby žáci na pravidlo přišli sami. Nicméně domnívám se, že žákům sdělila zbytečně mnoho prvků objevu sama. Podle mého názoru měla nechat samotné žáky objevit souvislosti v násobení mocnin o stejném základu. Mohla například nechat žáky řešit kaskádu gradovaných úloh typu, který použila, aniž by sama hned u první z nich uvedla řešení. Z ukázky je zřejmé, že alespoň někteří žáci sami viditelně mířili k objevu pravidla. Žáci by prověřovali své hypotézy a sami by tak jistě dospěli k tomu, že se při násobení mocnin se stejným základem jednotlivé exponenty sčítají.

Návrh použití

Videonahrávku pustíme od 05:15, kdy začíná samotná výuka. Pokud to dovolují časové možnosti, necháme studenty zhlédnout celou vyučovací hodinu. V hodině je totiž řada didakticky zajímavých momentů, které budou jistě podkladem pro mnoho diskuzí v hodině didaktiky matematiky. Pochopitelně můžeme přeskakovat místa, kde žáci samostatně řeší cvičení do svých sešitů a v hodině se nic důležitého v tu chvíli neděje.

Úkol pro posluchače:

- Jaké jsou vaše prvotní dojmy z ukázky?
- Co se vám v ukázce ne/líbilo? Proč?
- Jak hodnotíte „desetiminutovku“ na začátku hodiny, kdy žáci hledají třetí mocniny celých a desetinných čísel? Vysvětlete.
- Používali byste i v dnešní době v hodinách matematiky matematicko-fyzikální tabulky? V jakých případech?
- Jak hodnotíte aktivity („řetěz“ a „tajenka“), které jste v ukázce mohli vidět? Zařadili byste je také do své výuky? Proč ano/ne?
- Jak vnímáte učitelčin výklad násobení mocnin se stejným základem? Zdůvodněte.
- Navrhněte alternativu výkladu násobení mocnin se stejným základem.

5 Interpretace dvou ukázek u studentů učitelství

V předchozí kapitole jsem uvedla návrh 12 videopřípadů, tedy videoukázek spolu s úkoly pro posluchače. Měla jsem přitom na mysli zejména budoucí učitele matematiky, proto mě zajímalo, jak a) budou na mé návrhy reagovat a b) zda jsou mé návrhy skutečně pro přípravu učitelů matematiky přínosné, tedy zda si studenti všímají těch jevů, které jsem v ukázce vyzdvihla jako důležité, a jak je interpretují.

Proto jsem v letním semestru 2009/10 dvě mnou zpracované videoukázky vyzkoušela v rámci předmětu Didaktika matematiky na PedF UK v Praze. Sondy se zúčastnilo jedenáct²⁴ studentů učitelství matematiky ze čtvrtého ročníku neděleného magisterského studia a prvního ročníku navazujícího magisterského studia učitelství matematiky. Studenti zhlédli videoukázky samostatně při domácí práci a poté prostřednictvím elektronického dotazníku v prostředí Moodle odpověděli na mé otázky týkající se obou videonahrávek.

Obě videoukázky byly popsány výše.

5.1 Videoukázka č. 2

Nejprve studenti zhlédli videoukázku č. 2, kde žáci pracují s číselnými výrazy a s výrazy s proměnnou. Studenti měli možnost seznámit se i s kontextem ukázky (viz výše) a po zhlédnutí ukázky měli odpovědět na tyto otázky:

- Jak na vás působí tato ukázka? Proč vás ne/zaujala?
- Navrhnete způsob, kterým lze spolu s žáky procvičit umocňování číselných výrazů tak, aby nešlo o pouhou samostatnou práci jednotlivců.
- Jak byste se žáky procvičovali úpravy výrazů s proměnnou?

5.1.1 Celkové hodnocení ukázky

Šesti studentům se ukázka celkově líbila. Kladně hodnotili použitou aktivitu, kterou považovali za přínosnou pro žáky. Jedna studentka byla zaujata touto aktivitou právě z toho důvodu, že zatím takovýto přístup nikde neviděla: „Ukázka mě zaujala, neboť jsem takovýto způsob, kdy žáci chodí po třídě a sami si kontrolují výsledky, neviděla“ (Dagmar)²⁵. Jeden student dokonce hodnotil aktivitu kladně z důvodu časových úspor pro učitelku: „Tím, že si

²⁴ Více studentů v daném ročníku není.

²⁵ Studentům jsem přidělila pseudonymy, přičemž jsem zachovala, zda se jednalo o muže, nebo ženu.

žáci chodí příklady sami kontrolovat a opravovat k vyvěšeným řešením, tak s tím nemusí ztrácet čas ona. Kdo má dobře, dostává jedničku, kdo má chybu, jde si sednout.“ (Michal)

Naopak pět dalších studentů aktivita v ukázce nijak nenadchla a téměř všichni z nich se shodli na stejném nedostatku, a to na opravě výsledků. Především tuto reakci jsem očekávala a překvapilo mne, že ne všichni si tohoto problematického rysu všimli. V ukázce úplně chybí oprava samostatné práce, žáci nemají žádnou zpětnou vazbu (pouze v podobě správných výsledků). „Zkontrolovat si to stačili jen ti hbitější, ale co ti ostatní? „Proč se to počítá tak a ne tak?“ „Kde jsem udělal/a chybu?“ uvádí Michal a pokračuje: „Takovýto přístup mi přijde absolutně nemotivující pro žáky, kteří jsou v matematice pomalejší.“

Nikdo ze studentů neměl zpočátku výtku k tomu, že jde o samostatnou práci. Nikdo sám od sebe nepoznamenal, že by aktivita mohla probíhat také v podobě skupinové práce. Pouze jedna studentka navrhla způsob opravy výsledků: „Pro žáky by bylo výhodnější, kdyby například diskutovali ve dvojicích, a navzájem si tak kontrolovali výsledky a postup, navzájem si hledali chyby.“ (Radka)

Až v dalších otázkách se studenti zaměřili na to, že by aktivitu bylo možné koncipovat jako skupinovou práci. Očekávala jsem, že více studentů bude reagovat na fakt, že jde pouze o samostatnou práci jednotlivců. Vzhledem k tomu, že měli k dispozici kontext videoukázky, kde bylo řečeno, že i v předešlé části hodiny žáci pracovali samostatně, jsem očekávala, že bude více studentů poukazovat na přílišnou monotónnost výuky.

Můžeme se tedy domnívat, že kontext videoukázky studenty příliš neovlivňuje. Student nejspíše intenzivněji vnímá samotnou ukázkou a posuzuje ji především podle toho, co vidí. Pokud by se ukázka diskutovala v hodině, je možné, že by otázka kontextu přišla na řadu.

5.1.2 Reakce studentů na konkrétní otázky k ukázce

Až v konkrétní otázce, kde poukazují na průběh aktivity v podobě samostatné práce, studenti reagují různými nápady, jak aktivitu upravit, aby žáci v hodině více spolupracovali. Někteří navrhovali klasickou práci skupin čtyř až pěti žáků, kde vyhrává nejrychlejší skupina. Ostatní přispěli zajímavějšími tipy na skupinovou práci a více se nad otázkou zamysleli.

Sylvie navrhla zajímavý způsob, kterým by si žáci procvičili různé zápisy číselných výrazů: „Žáci pracují ve skupinách. Ve skupině každý žák dostane jinak vyjádřený výraz, který musí upravit. Po úpravě všichni žáci ve skupině získají stejný výraz. Jde o to, aby si žáci

uvědomili, že lze jeden výraz vyjádřit různými způsoby. Každá skupina má jiný výraz a svůj výsledek poté prezentují celé třídě.“

Více méně všichni studenti se zabývali tvořením skupin tím způsobem, aby pracovali společně žáci různých schopností a aktivita byla spravedlivější. Tuto poznámku týkající se skupinové práce jsem očekávala. Hodně studentů pak také zmiňovalo skupinovou diskuzi nad výsledky a opravou úloh.

Dva studenti dále navrhli modifikaci aktivity tak, aby se žáci sami podíleli na tvoření úloh pro ostatní. „V menších skupinkách nebo ve dvojicích by měli žáci vymyslet několik příkladů na umocňování číselných výrazů. (...) Poté by si skupinky příklady vyměnily a snažily se je vypočítat.“ (Karolína)

Některé studenty téma ukázky inspirovalo natolik, že vyhledali určité internetové aplikace se zajímavými aktivitami na téma číselných výrazů²⁶.

5.1.3 Hodnocení otázek uvedených u ukázky

Třetí otázka k videoukázce, na kterou studenti odpovídali („Jak byste se žáky procvičovali úpravy výrazů s proměnnou?“), nesplnila svůj účel. Většina studentů navrhovala stejný způsob procvičování výrazů s proměnnou jako v předchozí otázce, kde se zabývali procvičováním číselných výrazů. To se dalo vcelku očekávat, a proto mě reakce studentů příliš nepřekvapily. Položená otázka tedy neměla příliš velkou váhu, byla možná zbytečná.

Jak jsem pochopila z reakcí studentů, zhlédli obě zadané ukázky (2 a 7) hned po sobě a na otázky k nim odpověděli až na konec. Zde záleží na cíli, který si stanovíme, než posluchačům pustíme ukázky. Zda nám jde o porovnání způsobu výuky dvou stejných či úzce souvisejících témat, či zda chceme jen zjistit, jak na posluchače působí jednotlivé ukázky. Studenti v mé výzkumné sondě byli jednoznačně ovlivněni druhou ukázkou, na kterou se vícero z nich odkazovalo u otázek k první ukázce. Většinu zaujala aktivita, které se žáci věnovali v druhé ukázce při práci s výrazy s proměnnou. Ukazuje se tak, že obě ukázky získaly nový rozměr tím, že byly použity najednou.

²⁶ Odkaz <http://dum.rvp.cz/materialy/umocnovani-mocnin.html>, kde nalezneme pexeso, v jehož průběhu žáci mají za úkol skládat k sobě patřící dvojice výrazů.

5.2 Videoukázka č. 7

Jako druhou zhlédli studenti videoukázku č. 7 (viz výše), kde mohli vidět odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu. Opět se mohli seznámit s kontextem ukázky a odpovídali na otázky:

- Čím vás ukázka zaujala? Vysvětlete proč.
- Jak hodnotíte způsob, kterým učitelka zavádí druhou mocninu dvojčlenu? Použili byste také tento způsob? Proč ano/ne?
- Má podle vás tento způsob nějaké nedostatky či nevýhody? Pokud ano, jak byste je odstranili?
- Navrhněte aktivitu, kterou byste ve škole použili ke zjištění, zda žáci správně pochopili odvozené vzorce pro umocňování dvojčlenů.

5.2.1 Celkové hodnocení ukázky

Ve většině případů se ukázka studentům líbila. Povšimli si přesně těch momentů, které jsem pokládala za důležité.

Studenty zaujala aktivita, kterou učitelka využívá k odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu. Prvotní reakce se téměř u všech nelišily od mých očekávání, ba dokonce přesně kopírovaly můj vlastní názor: „Nejdříve žáci s přispěním paní učitelky třídili hypotézy, které potom samostatně ověřovali. Zaujalo mě i to, že nakonec paní učitelka vysvětlila a žákům odůvodnila všechny možné kombinace druhé mocniny dvojčlenu,“ jak uvádí Lucie.

Studenti také kladně ohodnotili fakt, že bylo aktivitě věnováno dostatek času a žáci mohli volně diskutovat a ověřovat své hypotézy. Karolína uvedla: „Na ukázce se mi líbilo, že odvození vzorců a vztahů, které z nich vyplývají, bylo věnováno poměrně dost času. Občas vyučující sama vyvodila některé závěry, ale žákům byl dán prostor pro přemýšlení a vyslovení vlastního názoru.“

Někteří studenti se zaměřili na srovnání ukázky s předchozí ukázkou, což byl jeden z mých cílů. Těmito dvěma ukázkami jsem chtěla ukázat jakýsi kontrast ve způsobu výuky. Téma obou hodin je podobné²⁷, proto si můžeme malé srovnání jistě dovolit. V první ukázce šlo o jasnou samostatnou práci, na níž se vyučující aktivně téměř vůbec nepodílela (alespoň během výuky). Kdežto v druhé ukázce jsme mohli vidět aktivitu, v níž celou dobu hrála velkou roli vyučující, přičemž žáci byli aktivní a zároveň měli prostor k diskuzím

²⁷ V obou případech se žáci učí pracovat s číselnými výrazy.

a samostatným ověřováním svých hypotéz a výrazů z tabule. „To co jsem v prvním videu absolutně postrádal, dostatečný čas na samostatné přemýšlení žáků, tak zde se paní učitelka naopak snažila, aby žáci nad výsledky přemýšleli, diskutovali, proč je to tak a ne tak,“ uvedl Michal.

Pavel si také povšiml faktu, který i já osobně kladně hodnotím a poukazuji na něj ve svém komentáři k videoukázce č. 7. „Dalším plusem budiž variování znamének u jednotlivých členů dvojčlenu, žáci zde mají prostor uvědomit si, co že se děje se znaménkem v průběhu výpočtu,“ uvádí. Další studenti tomuto faktu nevěnovali pozornost. Možná jsem mohla v konkrétních otázkách zavést na toto téma diskuzi, protože osobně považuji za důležité, tímto či jiným podobným způsobem žákům ukázat, jaký je přesný princip umocňování dvojčlenu, kde hrají důležitou roli znaménka. Žáci se mnohdy učí vzorce nazpaměť a neznají přesný důvod výskytu znamének v něm.

Někteří studenti měli k aktivitě z ukázky jisté výhrady: „Celá aktivita je pěkná, ale nelíbí se mi její konkrétní použití. Myslím si, že se žáci měli sami pokusit přijít na vzorec. Učitelka po nich měla chtít vzorec a až po té si to měli zkusit roznásobit“ (Sylvie). Toto studentčino tvrzení vypovídá o tom, že byla ukázka špatně pochopena či snad nedostatečně vnímána. Nevím však přesně, proč studentka toto tvrdí. Celá aktivita spočívala právě v tom, že žáci měli tvořit jisté hypotézy o vztazích mezi jednotlivými dvojčleny či trojčleny, ověřovat je a vyvozovat závěry. Jinými slovy dojít k tomu, jak se umocňuje druhá mocnina dvojčlenu. Až potom učitelka napsala vyvozený vztah (vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu) na tabuli a vyzvala žáky ještě jednou k jeho ověření. To zřejmě studentka brala jako fakt, který učitelka sdělila žákům, přičemž oni sami na nic nepřišli. Možná zcela nepochopila aktivitu, která tomuto předcházela, kde žáci skutečně vztahy mezi dvojčleny ověřovali. Ukázka však podle mého názoru dostatečně ilustrovala celý učitelčin záměr, tj. odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu.

Pozitivním faktem je, že ukázka vyvolala rozporuplné reakce; bylo by horší, kdyby nevyvolala vůbec žádné reakce. Navzdory mému očekávání uvedená aktivita některé dokonce zcela pobouřila. „Celou dobu jsem si říkala, že to snad ani není možné, paní učitelka říká: ‚odvodili jsme...‘ ale ve skutečnosti veškeré vzorce jakoby vznikly kouzlem,“ reaguje na ukázku Radka. Úkolem jakékoli ukázky je něco v divákovi vyvolat. Čili i když očekáváme pozitivní reakce, nebraňme se ani těm kritickým. I ty nám mohou rozšířit obzory a pomoci rozvinout skutečnou diskuzi. Podle mého názoru můžeme uvedenou aktivitu z ukázky brát za jisté odvození vzorce pro druhou mocninu dvojčlenu. Je však otázkou názoru, co kdo považuje za odvození a za správně použitou aktivitu s tímto cílem.

5.2.2 Souvislost mezi otázkami k ukázce

V průběhu četby odpovědí studentů jsem si uvědomila, že mnou kladené otázky spolu hodně souvisejí. To bezpochyby vedlo k častým odpovědím typu: „Budu se opakovat, ale mně se zavedení druhé mocniny v této ukázce líbilo.“ (Michal), nebo „Viz předchozí odpověď“, vyskytující se u více studentů. Z toho vyvozují, že by kladené otázky měly spolu souviset jen okrajově, aby student nemusel často odkazovat na své předchozí odpovědi.

Mým cílem bylo nejprve zmapovat pomocí první nekonkrétní otázky prvotní reakce a zjistit, čeho si student všímá na prvním místě. V dalších otázkách jsem chtěla být konkrétnější a zjistit studentův názor na uvedenou aktivitu v ukázce i v případě, že by v první otázce na aktivitu ne zcela konkrétně reagoval. Jak jsem ale zjistila, většinou studenti reagovali již v první nekonkrétní otázce hlavně na uvedenou aktivitu, ačkoli mohli reagovat na cokoli jiného, protože měli zodpovědět otázku: „Čím vás ukázka zaujala? Vysvětlete proč“ (viz videoukázka č. 7). Všichni studenti během první otázky reagovali na aktivitu, kterou učitelka ve výuce použila, což je zřejmě přirozené. Otázky bych přesto nechala tak, jak byly k ukázce položeny, abychom zajistili, že opravdu každý se k dané aktivitě vyjádří. Ne všichni by museli být ve své odpovědi na první otázku zcela konkrétní.

5.2.3 Omezení videozáznamů

Více studentů také reagovalo v průběhu svých odpovědí na to, že by žáci měli sami přijít na vzorec druhé mocniny dvojčlenu a měli by zkoušet jednotlivé výrazy z tabule nejprve roznásobit. Můžeme se domnívat, že v ukázce není zcela zřetelné, co přesně žáci dělají během celé aktivity. Bylo by vhodné posluchačům pustit celou aktivitu i s hluchými místy, kde žáci právě řeší do svých sešitů, a ověřují tak platnost svých hypotéz. To však z časových důvodů není vždy možné. Ukázka by trvala přibližně deset minut. Zde je tedy důležité, abychom posluchačům alespoň sdělili, co se ve výuce děje v místech, která vynecháváme. To však ve zpracování videoukázky č. 7 chybělo a je důležité to doplnit. Pravdou je, že žáci skutečně svá tvrzení měli možnost ověřovat do sešitů a výrazy opravdu upravovali pomocí roznásobení závorek, což však někteří studenti v ukázce zřejmě postrádali. „Žáci nevidí, jak a proč jednotlivé členy vznikly. Nechal bych je spíše, aby na vzorec přišli sami,“ říká Adam. Naopak jiní studenti si povšimli a ohodnotili žákům poskytnutý prostor pro ověřování: „Nešlo o jednostranné předání informací, žáci byli zapojeni do hodiny a sami se snažili najít vztahy

mezi vzorci,“ uvádí Karolína. Je tedy také možné, že ne všichni věnovali velkou pozornost momentům, kde žáci skutečně výrazy z tabule ověřovali do svých sešitů.

5.2.4 Upozorňování na problematická místa

V každé ukázce lze najít i momenty, které můžeme považovat za problematické, a to i v ukázce, která nás inspiruje a přináší něco nového a zajímavého. I když při běžném pohledu nemusí být nedostatek patrný, při hlubší analýze si můžeme uvědomit, že něco mohlo být uděláno i jinak.

Pouze jeden student z jedenácti dotázaných neměl k ukázce žádné výtky. „Pro mě to bylo didakticky správné, tudíž jsem nedostatky nehledal. Určitě se to dalo udělat ještě jinak, ale takto s tím souhlasím a nedostatky jsem žádné nepozoroval,“ uvádí Martin. Dagmar uvedla jako jediný nedostatek v ukázce časovou náročnost aktivity, kterou lze však podle jejího názoru považovat spíše za klad: „Osobně to ale za nedostatek nepovažuji, myslím, že to je užitečně vynaložený čas.“

Ostatní studenti pak jmenovali různé nedostatky a navrhovali svá řešení. Většinou se shodli opět na tom, co již zmiňovali ve svých předchozích odpovědích. Postrádali v ukázce řešení na tabuli a násobení výrazů v závorkách. Většinou měli výhrady k absenci jakéhokoli zobecnění: „Sama bych se pokusila žákům předložit jednoduché příklady druhých mocnin dvojčlenů s konkrétními čísly a nechala je, aby se pokusili sami najít na nějaké zobecnění“ (Karolína).

Myslím, že položená otázka v úkolech pro posluchače²⁸ byla zvolena vhodně, protože studenta vede k tomu, aby se vžil do role učitele a přemýšlel nad různými alternativami aktivity z ukázky. Také si student uvědomí, že je stále potřeba přemýšlet nad tím, jak výuku zkvalitnit a čeho se vyvarovat.

²⁸ přesné znění otázky: „Má podle vás tento způsob nějaké nedostatky či nevýhody? Pokud ano, jak byste je odstranili?“ (viz Videoukázka č. 7)

5.2.5 Navrhování možností diagnostiky znalostí

Studenti měli také navrhnout aktivitu, kterou by použili ke zjištění, zda žáci správně pochopili odvozené vzorce pro umocňování dvojčlenů²⁹. Více studentů zmiňovalo problematiku zafixování si některých vzorců pouze s určitými písmeny. „Zadala bych žákům konkrétní příklady, příklady s jinými písmenky, některé písmeno nahradila číslem atd.,“ navrhla Sylvie.

Dva studenti také zmínili aktivity založené na hře. „Mohly by být použity papírové kartičky. Na každé by byl nějaký výraz (opět s různými písmenky) – na jedné ve tvaru se závorkou na druhou a na druhé ve tvaru po použití vzorce. Každý žák by si jednu kartičku vylosoval a měl by najít osobu s ekvivalentním zápisem výrazu. Dvojice výrazů by se pak napsaly na tabuli a všichni by je společně zkontrolovali,“ navrhla Dagmar. Další student pak zmínil tutéž aktivitu vytvořenou pomocí pexesa apod.

Je dobré, že aktivita z ukázky studenty inspirovala k vlastním nápadům a poukázala na některé nedostatky, které obecně dělají žákům problémy (viz přílišná fixace na určitá písmena ve vzorcích a zápisech).

5.3 Zhodnocení ukázek

Jak se ukázalo, obě ukázky byly pro studenty přínosné, motivovaly je k tomu, aby hledali alternativy a komentovali jevy, které se v ukázkách objevily. Důležité je, že obě ukázky měly potenciál vyvolávat reakce. Reakce byly různorodé, což odpovídá komplexnímu charakteru výuky. V odpovědích studentů mě nic výrazně nepřekvapilo.

Mé otázky k oběma ukázkám svůj účel víceméně splnily. Zajímaly mě nejprve prvotní reakce studentů na ukázkou, a to bez konkrétního zaměření na určitý moment. Poté pro mě byl důležitý názor na konkrétní aktivitu z ukázky a v poslední řadě návrhy pro zkvalitnění dané aktivity. Všechny tři složky byly splněny, proto bych znění otázek neměnila.

Podle reakcí studentů usuzuji, že byly ukázky vcelku vhodně zvoleny. Mým cílem bylo poukázat na rozdílně vedenou výuku dvou podobných témat. Očekávala jsem od studentů, že budou automaticky porovnávat obě ukázky, aniž bych na to ve svých otázkách upozornila. Tak se v některých případech i stalo, avšak ne ve všech. Někteří studenti hodnotili ukázky

²⁹ přesné znění úkolu: „Navrhněte aktivitu, kterou byste ve škole použili ke zjištění, zda žáci správně pochopili odvozené vzorce pro umocňování dvojčlenů“ (viz Videoukázka č. 7).

jednotlivě. Proto jsem možná mohla přidat doplňující otázku týkající se porovnání způsobu výuky z obou ukázek.

Domnívám se, že kdyby ukázky byly použity přímo v hodině didaktiky matematiky, některé problémy by se neprojeví (učitel by měl možnost povysvětlit kontext atd.). V tomto případě šlo o sondu, v níž se studenti vyjadřovali k otázkám písemně. Nemohli tedy vzájemně diskutovat a učitel nezasahoval do jejich práce. Je třeba poukázat na rozdíl mezi použitím ukázek v samostatné práci studentů a mezi hromadným zhlédnutím ukázek, kde mohou studenti spolu s učitelem diskutovat o jejich průběhu, případných nejasnostech, i o důležitých jevech z hlediska didaktiky matematiky, kterých si student při samostatné práci nemusí sám povšimnout.

6 Zaměření pozornosti studentů při sledování videonahrávky celé vyučovací hodiny

V této kapitole se podíváme na výsledek výzkumné sondy, jejímž cílem bylo zjistit, na co se studenti učitelství v konkrétní vyučovací hodině zaměřují, aniž by je vedoucí kurzu Didaktiky matematiky upozornila na určité jevy. Sonda se uskutečnila na začátku školního roku 2009/10 se stejnými studenty³⁰ jako sonda popsaná v předchozí kapitole ještě před tím, než se studenti v kurzu začali s videozáznamy a jejich rozboru setkávat. Můžeme tedy předpokládat, že studenti neměli žádné zkušenosti s analýzami vyučovacích hodin matematiky.

Studenti sledovali videonahrávku celé vyučovací hodiny matematiky, která byla pořízena na jedné české základní škole v rámci TIMSS Video Study v roce 1999 a byla dána k dispozici prostřednictvím DVD prodávaných firmou LessonLab. V hodině učitel odvozoval číslo π a vzorec pro hledání obvodu kruhu a následně žáci tento vztah procvičovali (rozbor části hodiny věnované objevování vzorce je uveden v kapitole Stehlíková, 2007, na straně 30). Po samostatném zhlédnutí videonahrávky měli studenti za úkol individuálně prostřednictvím modulu v Classu odpovědět na tyto otázky:

- Napište nějaký komentář k hodině.
- Napište nějaký jiný komentář k hodině.
- Navrhněte alternativu ke způsobu zavedení vztahu pro obvod kruhu.

Získáno bylo 12 odpovědí.

6.1 Čeho si student všímá na první pohled

První dojmy po zhlédnutí videonahrávky bývají různé. Zde se ukazuje, na co je student matematiky, v roli budoucího učitele, zaměřen. Podle výzkumů lze usoudit, že každý vnímá videonahrávku jiným způsobem a všímá si různých aspektů hodiny (více viz odstavec 3.5). Při rozboru reakcí studentů ze zmíněné sondy můžeme zjistit následující skutečnosti.

³⁰ Studentů bylo o jednoho více, protože v letním semestru jeden student v kurzu Didaktika matematiky nepokračoval.

6.1.1 Prvotní dojmy studentů

Někteří studenti hodnotili hodinu z videonahrávky jako celek. Přemýšleli nad tím, jak by hodina matematiky měla obecně vypadat a co by ve výuce nemělo chybět. „Byla tam jak část motivace, část výkladu, objevování a samozřejmě procvičení,“ uvedl Michal. „Hodina se mi zdá dobře strukturovaná. Tedy, že je rozdělena na výklad a následné procvičování probraného učiva. Zároveň je i uvedeno jak navazuje na minulou hodinu a co se bude dělat v hodině příští, takže není nějakým způsobem izolovaná,“ hodnotí hodinu Dagmar.

Jiné na prvním místě zaujal způsob výuky a reagovali na způsob zavedení vztahu pro obvod kruhu, který učitel v hodině použil. „Velice se mi líbil nápad učitele zavést obvod kruhu tak, že vedl žáky, aby si na ‚pí‘ přišli sami, a snažil se vést žáky k postupu tak, jak na něj přišel Archimédes,“ uvedla Petra hned v první větě.

Další věc, které si studenti bezprostředně všimli, byly různé detaily a konkrétní problémy. Někteří ihned reagovali například na způsob vyjadřování učitele z ukázky či na určité výrazy, které při výuce používá. „Nepoužívala bych výrazy typu ‚triky se vzorečky‘, když učitel vysvětluje, že ze vzorečku $o = 2(a+b)$ dostaneme trikem $o = 2a+2b$. Trochu to vypadá, že se v matematice i kouzlí,“ vytýká studentka učiteli jeho, podle jejího názoru, nevhodné vyjadřování a pokračuje: „Je matoucí, když učitel označí délku strany ‚a‘ a nazve ji délkou čtverce. (...) Je zvláštní, že učitel považuje za obtížné vypočítat stranu čtverce, když známe jeho úhlopříčku“ (Radka).

Dále si studenti všímali například kázně v hodině či chválení žáků učitelem. „Žáci si zapisují, jsou až podezřeले vzorní, učitel nemusel po celou hodinu nikoho napomínat. Je otázka, zda podobně vypadá i hodina bez přítomnosti kamer,“ reaguje Michal na atmosféru v hodině³¹. Jedna studentka dokonce hodnotí ve své prvotní reakci pouze kázeň v hodině: „V první polovině hodiny, kdy učitel vysvětluje látku, je ve třídě hluk a vypadá to, že si žáci dělají, co chtějí. Neposlouchají, nevěnují se plně tomu, co se děje u tabule, odcházejí ze třídy a celkově je ve třídě ‚šrumeček‘. Učitel tomu příliš nevěnuje pozornost“ (Lucie). Toto tvrzení je pouze studentčin subjektivní názor. Podle mého názoru je ve třídě relativně klid během celé vyučovací hodiny. Další studentka také komentovala ve své prvotní reakci problematiku chválení během výuky: „Líbí se mi na učiteli, že pokud alespoň trošku může, žáky chválí“ (Karolína).

³¹ Problematikou autenticity videonahrávek se zabývám v odstavci 3.1

6.1.2 Zaostření pozornosti

Jak je možné vidět z reakcí studentů, každý si během sledování výuky všímá jiných aspektů. Zatímco jedni považují za důležité učitelovo vyjadřování při výkladu, jiní způsob vyjadřování nepovažují za velký problém. Někteří hodnotí hodinu spíše z hlediska celku, všímají si atmosféry během celé hodiny a pokládají za zásadní především to, jak je hodina strukturována. Jiní se zaměřují především na konkrétní přístup učitele k výuce a na způsob, kterým učitel předává žákům nové poznatky. Někteří budoucí učitelé také mohou být zaměřeni při sledování výuky na konkrétní problematiku, jakou je například chvála žáků učitelem, kázeň v hodině aj. Touto problematikou se také zabývám v odstavci 3.5.

Zde nabízím možné otázky, které bychom si měli položit při sledování vyučovací hodiny zprostředkované pomocí videonahrávky:

- Jaký je cíl hodiny? Je v průběhu výuky splněn?
- Jaké metody učitel využívá k dosažení stanoveného cíle? Do jaké míry jsou tyto metody přínosné/účelné?
- Jaký je učitelův přístup k žákům? Apod.

Otázek si můžeme položit samozřejmě mnohem více v závislosti na tom, jaký je náš cíl při sledování videonahrávky.

6.2 Lišící se názory na způsob výuky

Jak můžeme zjistit při hlubším studiu reakcí budoucích učitelů na danou videonahrávku, jejich reakce jsou často velmi rozdílné. Někteří považují za přínosné to, co jiní absolutně zavrhnou.

Někteří studenti, kteří se zúčastnili výzkumné sondy, velmi kladně hodnotili způsob výkladu, který učitel z videonahrávky uplatňoval. Zaujal je způsob zavedení vztahu pro obvod kruhu, který použil ve výuce. „Hodina se mi líbila. Učitel se snažil vést žáky tak, aby na daný problém přišli oni. Upozorňoval žáky na chyby, které udělali, a museli je opravit. Myslím si, že bylo i celkem vhodné to, že učitel uváděl, kdy a kdo v historii se daným problémem zabýval a jak ho řešil,“ hodnotí Sylvie. „Učitel se snaží veškeré poznatky odvodit, téměř nic není řečeno stylem ‚spadlo to z nebe‘. Navíc se snaží, aby se na odvozování podíleli sami žáci, aby využívali předešlých znalostí z matematiky (příp. fyziky) k odvození poznatků nových,“ uvádí Luboš, a souhlasí tak se způsobem výuky z videonahrávky.

Naopak jiní jsou zcela opačného názoru. „V průběhu hodiny převažuje aktivita učitele. Celá hodina probíhá podle toho, kam chce žáky navést, podle toho klade otázky a řeší odpovědi žáků. Žáci odpovídají postupně na otázky učitele, aniž by se nad celým problémem museli zamyslet komplexněji. Připadá mi, že odpovídají bez přílišného přemýšlení pouze na jednotlivé otázky a nespojí se vše dohromady. Samostatná práce žáků se zde téměř neobjevuje, celou hodinu vede učitel podle toho, kam chce žáky dostat,“ hodnotí Mirka.

Další studentka pak také poukazuje na, podle jejího názoru, nedostatečnou aktivitu žáků: „Učitel nechává minimální prostor k tomu, aby se žáci sami pokusili vyřešit problém“ (Karolína).

O rozdílech v analýzách této vyučovací jednotky, které provedli další studenti na PedF UK v Praze píše i Stehlíková (2007). Uvádí příklad čtyř studentek, které ve dvojicích sledovaly tuto vyučovací jednotku a následně provedly její analýzu. Stejně jako v případě studentů, jejichž analýzami jsem se zabývala výše, se i tyto studentky vskutku lišily svými názory. V případě, kdy měly reagovat na způsob reakce učitele na návrhy žáků v ukázce, Radka s Jitkou uvedly: „Přišlo nám, že pan učitel vnucuje žákům svůj názor a svůj jediný způsob řešení.“ Naopak Jaroslava s Ditou ve stejném případě uvedly: „Učitel nezavrhoval žádnou navrženou hypotézu a snažil se jí naopak využít.“

6.3 Schopnost analýzy v závislosti na předešlých zkušenostech

V případě, že necháme studenty učitelství matematiky zhlédnout celou vyučovací hodinu zprostředkovanou pomocí videonahrávky, v rámci níž mají poté napsat reflexi, vyvstává jistý problém. Tento problém spočívá v rozdílu následně provedených reflexí například v případě, kdy jedna reflexe je napsána studentem, který má již zkušenosti s výukou (či studentem, který má zkušenosti alespoň s analýzami videoukázek), a druhá reflexe je provedena studentem, jehož zkušenosti jak v oboru učitelství, tak v případě analýz videoukázek jsou nulové. V takovémto případě můžeme dospět k dvěma naprosto odlišně pojatým reflexím dvou studentů, kteří sledovali stejnou vyučovací hodinu. To souvisí se schopností vnímat jednotlivé jevy výuky v závislosti na zkušenostech učitele, o čemž hovoří i Berliner a kol. (viz odstavec 3.5).

Jako příklad uvádím části odpovědí z nestrukturovaných písemných reflexí dvou studentek učitelství matematiky, které individuálně sledovaly stejnou vyučovací hodinu jako studenti z výzkumné sondy (jedná se však o jiné studentky). Obě studentky zpracovávaly své reflexe na podzim roku 2007.

Studentka učitelství Vilma, která má již zkušenosti s výukou matematiky, provedla relativně podrobnou analýzu zhlédnuté vyučovací jednotky. Ve své reflexi analyzovala hlavní část vyučovací hodiny, kterou bylo postupné objevování vztahu pro obvod kruhu / délku kružnice. „Učitel vede výuku objevitelským způsobem, což považuji za dobré, k tomuto způsobu se přikláním, neboť je dobré, když na věci přijdou děti vlastní úvahou,“ chválí Vilma přístup učitele k tématu. Svou reflexi o způsobu objevování hledaného vztahu rozvíjí a dává najevo nesouhlas s určitými věcmi: „Myslím ale, že impuls pro řešení přes šestiúhelník není v osmé třídě šťastný. (...) Žáci jsou v roli objevitelů, snaží se kružnici přiblížit jiný tvar. Chybí podle mě ale už úvaha, jak spočítají obvod mnohoúhelníku,“ dodává Vilma. Podle jejího názoru nebylo možné vztah pro obvod kružnice z videoukázky vyvodit, protože „žáci se stále ve svých úvahách blíží svým mnohoúhelníkem kružnici, ale jak spočítají její obvod? (...) Myslím, že diskuze se zbytečně vedla směrem, který nevedl ke vzorci,“ uvádí.

Studentka Miriam, která v době psaní své reflexe měla nulové zkušenosti s analýzami výuky a videoukázek, pojala svou reflexi naprosto jiným způsobem. Její úvaha byla stručná a nebyl v ní jediný studentčin názor na zhlédnutou výuku. V podstatě pouze popisovala děj videoukázky (což je v souladu s výsledky výzkumů uvedených v odstavci 3.5). Pouze v jedné větě hodnotí Miriam výuku. „Zmínka o tom, že úlohu řešil už Archimédes před dvěma tisíci lety, mohla zvýšit zájem žáků o vyřešení problému,“ uvádí.

Je evidentní, že Miriam zatím nemá mnoho zkušeností s výukou ani s analýzou výukové jednotky. Studentka se v tomto případě mohla opřít pouze o své dosavadní zkušenosti, kterých zřejmě mnoho neměla. Oproti tomu Vilma do své reflexe zjevně zapojila své zkušenosti a věděla, na co se v ukázce zaměřit a co je důležité analyzovat, aniž by jí k tomu někdo vedl.

Z těchto souvislostí můžeme tedy vyvodit, že je důležité, zda analýzu vyučování provádí již zkušený student (který má již za sebou více podobných analýz nebo se již sám věnuje výuce matematiky ve škole) nebo student, který se s analýzou videonahrávky setkává poprvé.

7 Závěr

V závěru se vyjádřím ke splnění cílů diplomové práce.

a) Na základě studia literatury zpracovat význam a způsob využití videonahrávek ve vzdělávání učitelů matematiky

Ve druhé kapitole jsem popsala jeden z nejdůležitějších projektů v oblasti využívání videí ve výuce učitelů matematiky, a to TIMSS Video Study 1999. V rámci videostudie vznikly stovky záznamů vyučovacích hodin, které jsou významným zdrojem pro kurzy didaktiky matematiky nejen v České republice, ale i v zahraničí. Videostudie může být inspirativní i v tom, že navrhuje určité možné zaměření analýz hodin matematiky – dvě z nich jsem podrobněji uvedla v odstavcích 2.1 a 2.2.

Ve třetí kapitole jsem shrnula některé české i zahraniční zdroje týkající se využití videí v přípravě učitelů matematiky i v dalším vzdělávání učitelů. Zmínila jsem stručně přednosti a omezení videonahrávek výuky a sumarizovala význam jejich analýz pro učitele i studenty. Dále jsem uvedla různé podoby využití videonahrávek a zdůraznila jsem, že jak ukazují i výzkumy, analýzám videozáznamů je třeba se učit.

b) Vybrat videoukázky z hodin matematiky, které jsou využitelné v předmětu Didaktika matematiky pro budoucí učitele matematiky, a navrhnout jejich konkrétní využití (kontext, otázky pro studenty)

Na základě rozboru 11 nahrávek celých vyučovacích hodin matematiky jsem vybrala celkem 12 videoukázek, které jsem zpracovala do „videopřípadů“, tedy opatřila jsem je popisem kontextu, v němž jsou zařazeny, didaktickým komentářem a otázkami pro studenty. Kritériem výběru ukázek byl jejich možný výukový potenciál pro studenty učitelství, tedy chtěla jsem, aby se týkaly nějakých důležitých didakticko matematických momentů a aby vedly studentů k hlubšímu promýšlení výuky.

Videozáznamy, z nichž jsem vybírala, pocházejí z české části zmíněné TIMSS videostudie. Ústav pro informace ve vzdělávání je uvolnil pro výukové a výzkumné účely a jsou k dispozici pro výuku na PedF UK v Praze. Nelze je rozšiřovat, a proto jsem je nemohla přiložit k této práci. Nicméně každá videoukázka je opatřena svým číselným kódem, podle kterého ho může identifikovat každý, kdo by chtěl s videi pracovat a získá je od UIV k výukovým účelům. Domnívám se však, že i bez dostupných videí mohou být mnou navržené aktivity využity v přípravě budoucích učitelů matematiky. Vyučující je může využít i jako textové případy, tedy vycházet jen z popisu výuky, který uvádím. Z tohoto důvodu jsem se snažila popis výuky provést co nejpodrobněji. V případě využití ukázek bez videí však

doporučuji, aby nebyly využívány studenty individuálně, ale spíše v rámci výuky didaktiky matematiky, kde může dojít k diskusím mezi studenty.

c) Vyzkoušet některé navržené aktivity s videoukázkami se studenty učitelství

Dvě z mnou navržených videoukázek jsem využila ve výzkumné sondě, která měla za cíl ověřit jejich mnou zamýšlený výukový potenciál. Cílovou skupinou byli studenti učitelství matematiky, kteří individuálně zhlédli videoukázky a poté prostřednictvím elektronického dotazníku v prostředí Moodle odpověděli na mé otázky týkající se obou videonahrávek. Zjistila jsem, že mnou položené otázky k videoukázkám byly zvoleny vhodně a není třeba je měnit. Také jsem zjistila, že je přínosnější, když se studenti věnují videoukázce hromadně za pomoci vedoucí kurzu Didaktiky matematiky, která nasměruje jejich pozornost na důležité didakticko matematické jevy.

Druhá výzkumná sonda se týkala analýzy celé vyučovací hodiny a měla za cíl zjistit, na co se zaměřují studenti učitelství v konkrétní vyučovací hodině, aniž by je vedoucí kurzu Didaktiky matematiky upozornila na určité jevy. Cílovou skupinou byli studenti, kteří neměli žádné zkušenosti s analýzami vyučovacích hodin matematiky. Dospěla jsem ke skutečnostem, které jsou v souladu s výsledky výzkumů, které uvádím v odstavci 3.5. Zjistila jsem, že schopnost provádět analýzu do značné míry závisí na předešlých zkušenostech budoucího učitele.

Závěrem ještě shrnu, jak lze videoukázku zpracovat pro didaktické účely. Tento způsob jsem i já využila při své práci s videonahrávkami.

Při práci s videonahrávkou je důležité uvědomit si, jaký cíl sledujeme, čeho chceme, aby si posluchači všimli. Pak je také důležité, abychom co nejvhodněji vybrali konkrétní úsek videonahrávky. Na základě mého experimentu, při němž jedenáct studentů sledovalo dvě mé videoukázky a poté odpovídalo na mé otázky, jsem zjistila, že je potřeba hlouběji přemýšlet nad výběrem jednotlivých úseků videonahrávky a také nad kontextem, který by posluchači měli znát, aby měli v rámci možností co nejúplnější informace. Studenti se mnohdy odkazují na to, že neznají přesné podmínky vyučovací jednotky, že nevědí, co předcházelo ukázce apod. Čím podrobnější kontext situace z hodiny bude posluchač znát, tím komplexnější bude jeho náhled na konkrétní ukázkou.

Konečně je důležité zamyslet se nad výběrem vhodných otázek k dané ukázce, které by studenty inspirovaly k přemýšlení nad ukázkami, zaměřily je na určité důležité jevy ve vyučování a vedly k produktivním diskusím.

Téma mé diplomové práce není rozhodně vyčerpáno. Využití videí v přípravě učitelů je poměrně nové a živé téma a je otevřené dalšímu zkoumání. Je možné vyhledávat další

potenciálně vhodné videoukázky a formulovat nové typy úkolů. Široké pole se otevírá též v oblasti e-learningu, kde je využití videí velmi vhodné, pokud chybí možnost společného setkávání studentů. O to naléhavější je pak otázka tvorby vhodných typů úloh.

8 Použitá literatura

- ALLEN, D. W. A new design for teacher education: The teacher intern program at Stanford University. *The Journal of Teacher Education*, 17(3), 1966, s. 296–300.
- ALLEN, D. W.; & RYAN, K. *Microteaching*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1969.
- BERLINER, D. C.; STEIN, P.; SABERS, D. S.; CLARRIDGE, P. B.; CUSHING, K. S.; & PINNEGAR, S. Implications of research on pedagogical expertise and experience in mathematics teaching. In GROUWS, D. A. & COONEY, T. J. (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, s. 67–95.
- BLISS, T., & REYNOLDS, A. Quality visions and focused imagination. In BROPHY, J. (Ed.), *Using video in teacher education*. Amsterdam: Elsevier, 2004, s. 29–52.
- CACHOVÁ, J. Problémové úlohy. *MATěj* [online], 2005, [cit. 2010-04-10]. Dostupné z WWW: <<http://lide.uhk.cz/pdf/ucitel/cachoja1/MATEJ/ULOHY/ULOHY.HTM>>.
- FERREZ, E.; FLORIS, R.; de MARCELLUS, O. Similitudes et différences dans l'enseignement des mathématiques dans des classes de 8e degré de sept pays. *L'Enseignement des mathématiques en 8e année dans sept pays. Résumé des résultats de l'enquête internationale « TIMSS 1999 Video Study »*, Genève, 2004, s. 26–27.
- GOFFREE, F.; OONK, W. Digitizing real teaching practice for teacher education programmes: The MILE approach. In LIN, F.-L.; COONEY, T. J. (Eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001, s. 111–145.
- HIEBERT, J. et al. (Eds.) *Teaching mathematics in seven countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. USA: National Center for Education Statistics, 2003. [Také online: <http://nces.ed.gov/pubsearch>].
- LAMPERT, M., & BALL, D. Teaching, multimedia, and mathematics: Investigations of real practice. New York: *Teachers College Press*, 1998.
- MARGOLINAS, C.; COULANGE, L.; BESSOT, A. What can the teacher learn in the classroom? In LABORDE, C.; PERRIN-GLORIAN, M.J.; SIERPINSKA, A. (Eds.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*. The Netherlands : Springer, 2005, s. 205–234.
- MAZÁČOVÁ, N. Činnostní příprava studentů učitelství. *Učitelské listy*, č. 8, 2005/2006, s. 4–5.

- SANTAGATA, R.; ZANNONI, C.; STIGLER, J.W. The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *J Math Teacher Educ*, Springer Science+Business Media B.V., 2007.
- SHERIN, M.G.; van ES, E. Using Video to Support Teachers' Ability to Notice Classroom Interactions. *J Technol Teach Educ* 13, no3, Northwestern University Evanston, IL USA, 2005, s. 475–491.
- SPILKOVÁ, V. Oborově didaktická příprava budoucích učitelů matematiky s důrazem na reflexi. *Profesní rozvoj učitelů a budoucích učitelů v matematice a jejím vyučování* [online]., 2007, [cit. 2010-04-10]. Dostupné z WWW: <ucitel.pedf.cuni.cz/download/matematika.doc>.
- STAR, J. R.; STRICKLAND, S. K. Learning to observe : using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *J Math Teacher Educ.*, 2007, s. 108–110.
- STEHLÍKOVÁ, N. Kultura vyučování matematice a využití úloh. In *Zborník príspevkov* [online]., 2006, [cit. 2010-03-02]. Dostupné z WWW: <<http://www.p-mat.sk/pythagoras/zbornik2006/>>.
- STEHLÍKOVÁ, N. Charakteristika kultury vyučování matematice. In HOŠPESOVÁ, A.; STEHLÍKOVÁ, N.; TICHÁ, M.(eds.), *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice, 2007, s. 13–48.
- TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A. Kolektivní reflexe, cesta ke zdokonalování kompetencí učitele. In HEJNÝ, M. (Ed.), *Zborník príspevkov z letnej školy teórie vyučovania matematiky*. PYTAGORAS 2005. Bratislava : JSMF, EXAM, 2005, s. 60–68.
- TIMSS 2007. *Uiv.cz* [online]. [Česká republika], 2008, [cit. 2010-05-12]. Dostupné z WWW: <<http://www.uiv.cz/clanek/244/1198>>